



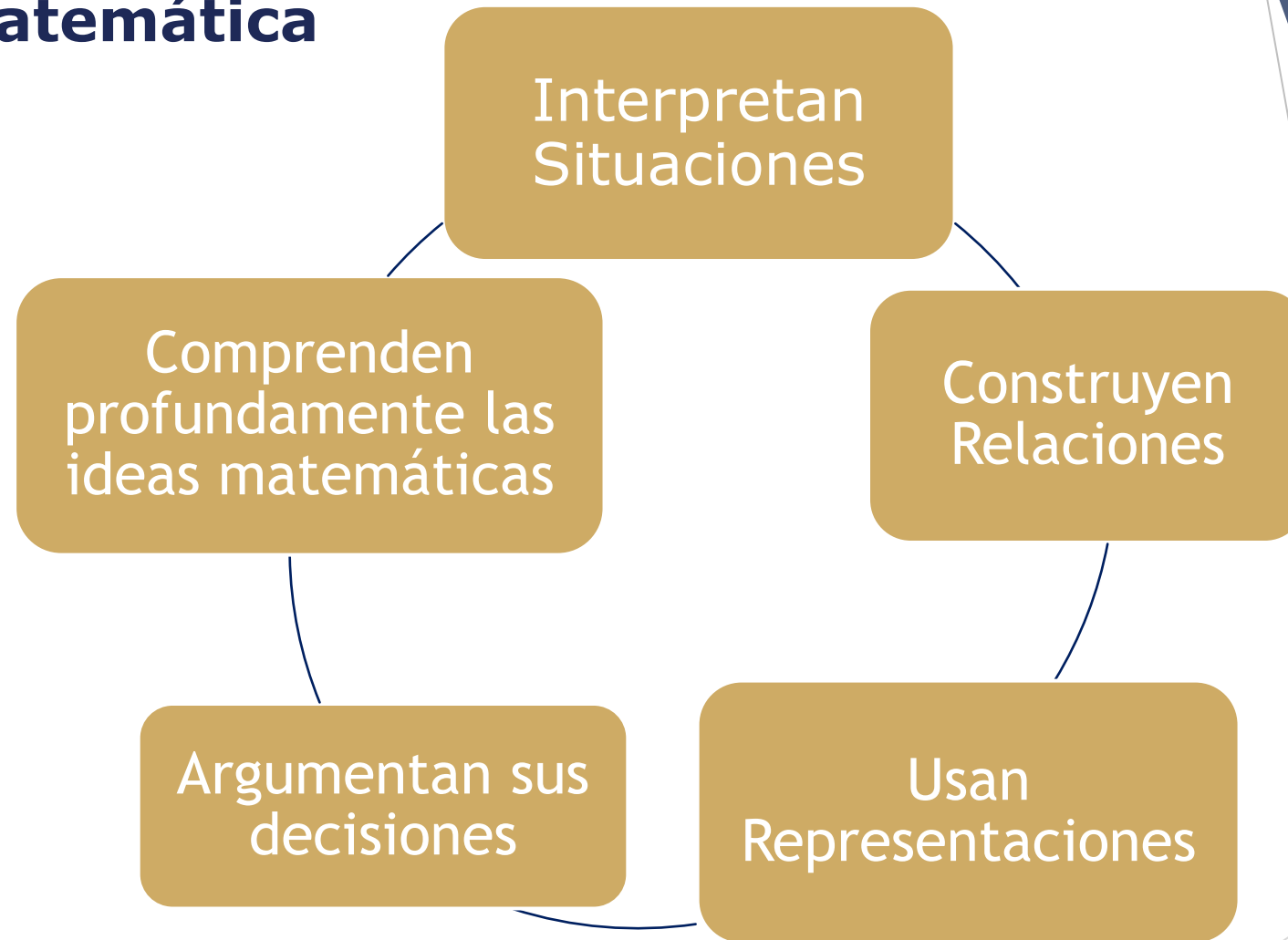
**MINISTERIO DE
EDUCACIÓN PÚBLICA**

**GOBIERNO
DE COSTA RICA**

Acompañamiento sobre indicadores para la evaluación en Matemáticas de III Ciclo y Educación Diversificada

**Asesoría Regional de Matemática
Departamento de Asesoría Pedagógica
Dirección Regional de Educación de Alajuela**

Decisiones de mediación que transforman la comprensión matemática



La mediación debe ser intencionada y coherente con el aprendizaje esperado.

El enfoque matemático que guía la enseñanza de la Matemática



- La resolución de problemas es enfoque metodológico y evaluativo.
- La comprensión matemática surge al interpretar, representar, analizar y justificar.
- El enfoque define cómo se enseña, cómo se aprende y qué puede evaluarse.



Alineación con la Política Curricular

La Política Curricular respalda un aprendizaje donde el estudiantado construya significado, razone con profundidad y resuelva situaciones auténticas.

Orienta a que la evaluación valore procesos, no productos.

Refuerza que la matemática requiere razonar, explicar y conectar representaciones

Del enfoque al planeamiento

- El planeamiento operacionaliza el enfoque.
- Las tareas deben mantener la lógica de resolver, interpretar y representar.
- Lo que se planifica condiciona qué evidencias podrán observarse.

Rol del aprendizaje esperado

- Define la intención cognitiva
- Establece el nivel de análisis, representación y razonamiento esperado.
- Orienta las decisiones de mediación.
- Es el origen natural de los indicadores.

Implicaciones del aprendizaje esperado

Desarrollar un aprendizaje esperado implica asegurar oportunidades para que el estudiantado:

- interprete información
- Construya representaciones
- establezca relaciones
- argumente y valide conclusiones.

La mediación alineada al enfoque

La mediación debe:

- Partir de una situación que plantee un desafío matemático.
- Permitir construir representaciones
- Promover decisiones y comparaciones
- Favorecer justificaciones.

La estructura de la mediación y su función cognitiva

Etapa	Estructura	Función cognitiva
I Etapa	<ol style="list-style-type: none"><li data-bbox="287 232 851 368">1. Propuesta de un problema<li data-bbox="287 382 851 601">2. Trabajo estudiantil independiente<li data-bbox="287 615 851 751">3. Discusión interactiva<li data-bbox="287 765 851 901">4. Clausura o cierre	<ul style="list-style-type: none"><li data-bbox="886 232 2461 522">• Interpretación y anticipación Activa la lectura matemática de la situación, permite identificar relaciones iniciales y anticipar posibles rutas de trabajo.<li data-bbox="886 536 2461 826">• Construcción de representaciones Permite organizar información, explorar patrones, establecer primeras relaciones y modelar la situación mediante diferentes representaciones<li data-bbox="886 841 2461 1130">• Razonamiento y conexión Confronta ideas, compara estrategias, vincula representaciones y permite justificar o revisar decisiones matemáticas.<li data-bbox="886 1145 2461 1365">• Síntesis y formalización Integra hallazgos, consolida criterios conceptuales y clarifica la estructura matemática del aprendizaje.

La estructura de la mediación y su función cognitiva

Etapa	Estructura	Función cognitiva
II Etapa	<p>Se orienta a la movilización y aplicación del conocimiento. Incluye tareas que permiten al estudiantado enfrentar nuevas variantes de la situación inicial, utilizar diferentes representaciones y analizar la coherencia interna de los procedimientos y resultados. La estructura de esta etapa se organiza mediante tres tipos de tareas:</p> <ul style="list-style-type: none">Problemas o ejercicios de reproducciónProblemas o ejercicios de conexiónProblemas o ejercicios de reflexión	<ul style="list-style-type: none">• Reproducción: Aplicación directa del procedimiento o de la relación matemática trabajada; reconocer patrones y estructurar la situación inicial.• Conexión: Relacionar representaciones (gráfica, tabular, algebraica, verbal), interpretar dependencias y analizar cómo se configuran los comportamientos matemáticos.• Reflexión: Evaluar coherencia, seleccionar estrategias pertinentes, justificar razonamientos y validar resultados con base en la estructura del problema.

De la mediación a las evidencias del aprendizaje

- ❑ La mediación crea oportunidades para hacer visible el aprendizaje esperado.
- ❑ La I Etapa del planeamiento permiten observar acciones matemáticas auténticas.
- ❑ Su función cognitiva genera evidencias del proceso de comprensión.
- ❑ La II Etapa amplía estas evidencias mediante tareas de reproducción, conexión y reflexión.
- ❑ La mediación muestra evidencias; el aprendizaje esperado define los indicadores.

La evaluación nace del enfoque

- ❑ El enfoque determina qué se evalúa.
- ❑ La evaluación debe mostrar el desarrollo del razonamiento matemático.
- ❑ La evaluación debe evidenciar el desarrollo de la competencia matemática, la cual se desarrolla resolviendo problemas en contextos reales.
- ❑ El currículo adopta esta estrategia como su enfoque evaluativo principal.
- ❑ Los indicadores permiten valorar cómo se está comprendiendo el aprendizaje esperado.

Los indicadores concretan la evaluación

Un indicador describe:

Una acción observable, relacionada directamente con el aprendizaje esperado, alineada al enfoque, y evidente en la mediación.

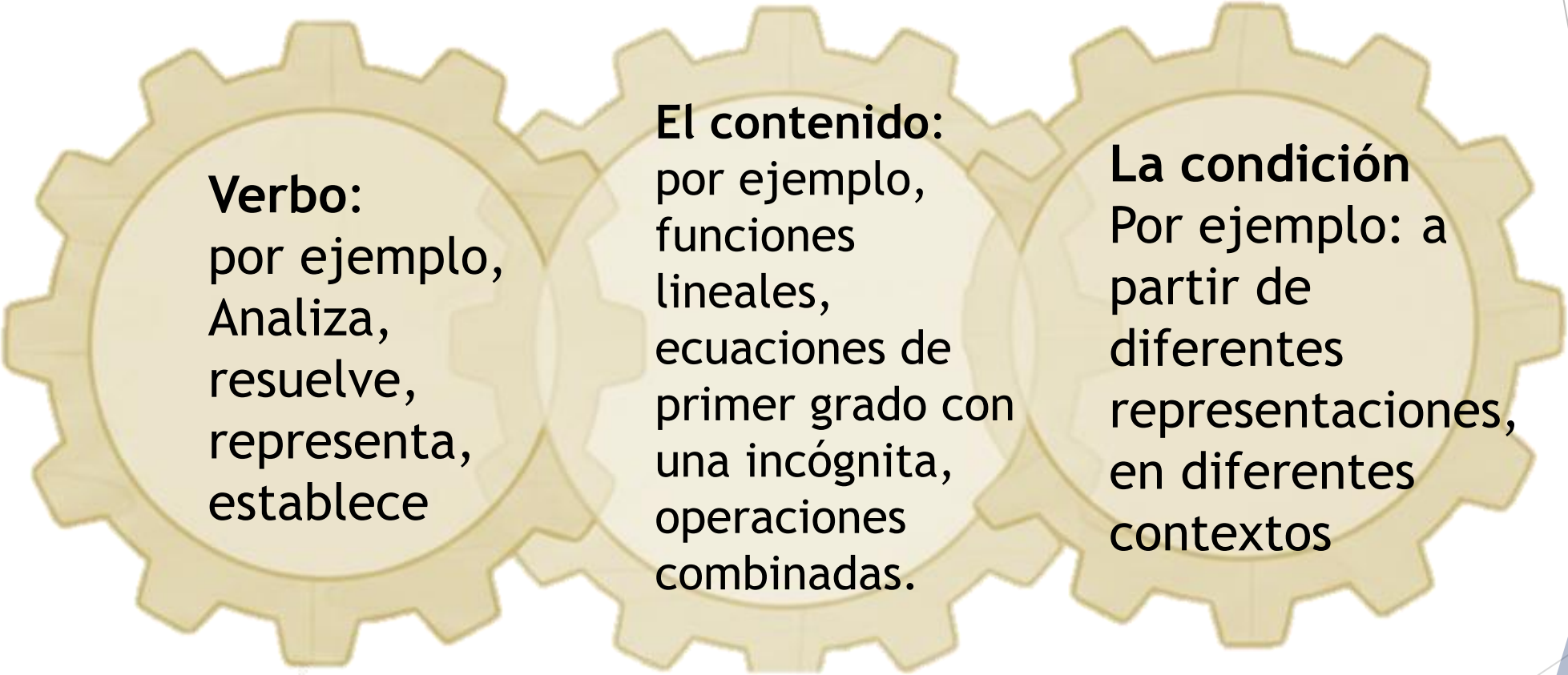
Características de un buen indicador

Los indicadores de evaluación deben reflejar procesos de resolución de problemas: Razonamiento, modelización, comunicación, representación, interpretación y toma de decisiones

Del Aprendizaje Esperado al Indicador

- ❑ El aprendizaje esperado detona el pensamiento a desarrollar
- ❑ La mediación genera oportunidades para observarlo.
- ❑ El indicador describe lo que efectivamente es observable en ese proceso.
- ❑ Los indicadores permiten desglosar ese proceso en acciones observables.
- ❑ Se construyen a partir del aprendizaje esperado, no de las actividades.
- ❑ Evalúan el progreso real, no el cumplimiento de tareas.

Componentes esenciales de los indicadores en matemáticas

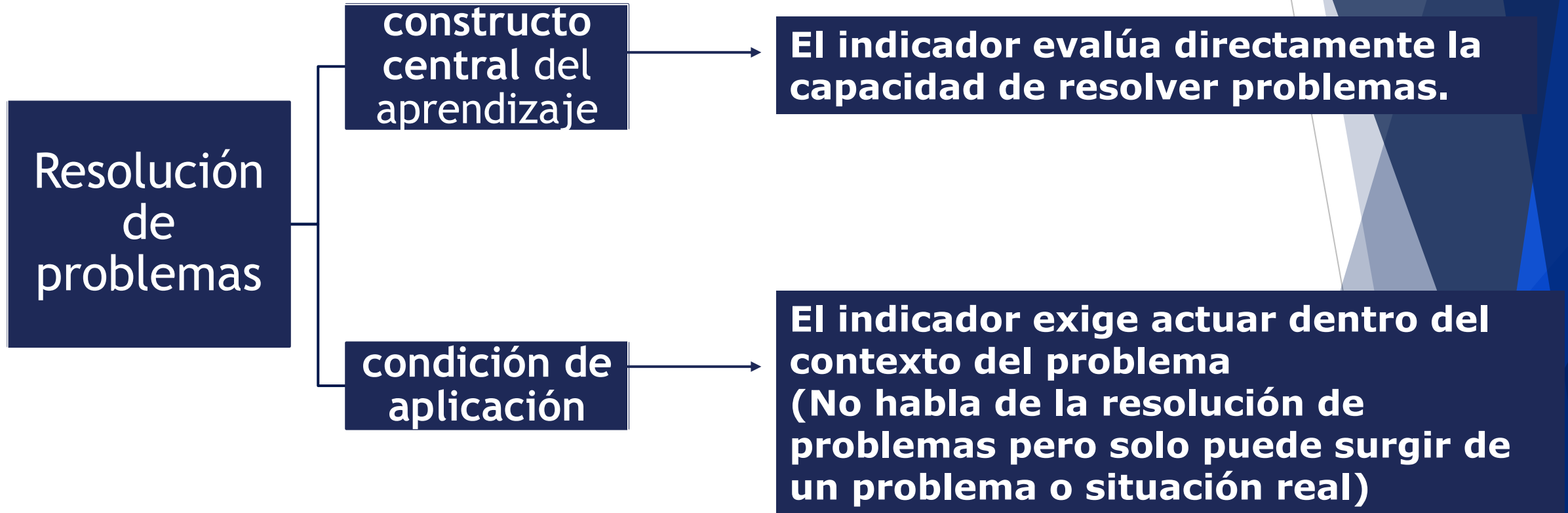


Verbo:
por ejemplo,
Analiza,
resuelve,
representa,
establece

El contenido:
por ejemplo,
funciones
lineales,
ecuaciones de
primer grado con
una incógnita,
operaciones
combinadas.

La condición
Por ejemplo: a
partir de
diferentes
representaciones,
en diferentes
contextos

¿Cómo aparece la resolución de problemas en los indicadores?



Consideraciones relevantes

● Cuando la **resolución de problemas aparece como condición, el foco del aprendizaje está en una habilidad específica.**

Esto implica la mediación a través de la resolución de problemas. La resolución de problemas encuentra un sentido esencial en la mediación para la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas: un instrumento poderoso para lograr el dominio de habilidades, la realización de procesos, así como el progreso de la competencia matemática. (MEP, 2012, p.28)

Expresa mediante una combinación de operaciones los datos presentes en problemas contextualizados

Consideraciones relevantes

Por otro lado, existen aprendizajes en los que la **resolución de problemas constituye el objeto de evaluación en sí mismo**. En estos casos, no se trata de aplicar un contenido en un problema, sino de demostrar la capacidad de **plantear, formular, seleccionar estrategias y resolver problemas contextualizados**. Aquí, la resolución de problemas es el constructo evaluado, y los indicadores reflejan directamente esa competencia compleja.

Al plantearse un problema en la evaluación de los aprendizajes se deben identificar y valorar no solamente los resultados, pues se perdería su significado. Se deben considerar las siguientes fases:

- La exploración del problema.
- El establecimiento de la estrategia.
- El desarrollo de la estrategia.
- La autoreflexión sobre la estrategia.
- El análisis de los resultados.
- La conclusión. (MEP, 2012, p. 28)

Resuelve problemas donde se requiere el uso de la combinación de operaciones (potencia, suma, resta, multiplicación y división) de números naturales con paréntesis o sin ellos, en diversos contextos de la vida cotidiana

Ejemplos

Aprendizaje esperado: Analizar relaciones de proporcionalidad directa e inversa de forma verbal, tabular, gráfica y algebraica.

Actividades sugeridas

Indicadores sugeridos

ETAPA 1: Aprendizaje de conocimientos

Propuesta del problema

- ✓ Presentar situaciones donde dos magnitudes varíen e invitar al estudiantado a describir verbalmente cómo perciben la variación, formulando conjeturas iniciales sobre si puede ser una relación directa o inversa.
- ✓ Utilizar preguntas generadoras para identificar las magnitudes y anticipar su comportamiento (“¿Qué pasa con esta magnitud cuando la otra aumenta o disminuye?”).

Trabajo estudiantil independiente

- ✓ Facilitar que el estudiantado explore diversas representaciones (verbal, tabular, gráfica, algebraica) para analizar patrones de variación.
- ✓ Favorecer que organice datos, compare cambios entre magnitudes y exprese regularidades usando sus propias estrategias.
- ✓ Ofrecer apoyos graduados (esquemas, preguntas focalizadoras, organizadores simples) para sostener la comprensión sin definir una actividad única.

Discusión interactiva y comunicativa

- ✓ Propiciar espacios de intercambio donde el estudiantado explique y contraste las representaciones elaboradas, justificando si la relación es directa o inversa.
- ✓ Orientar la argumentación mediante comparaciones entre tablas, gráficas, descripciones verbales o expresiones algebraicas.
- ✓ Facilitar que revisen y ajusten sus representaciones, estableciendo coherencia entre las distintas formas de representar la variación.

Clausura o Cierre

- ✓ Conducir al estudiantado a sintetizar las ideas construidas sobre proporcionalidad directa e inversa.
- ✓ Favorecer que expresen, con mayor formalidad, la relación entre magnitudes mediante reglas o modelos algebraicos que expliquen la variación observada.
- ✓ Recuperar representaciones clave y establecer conclusiones generales sobre el comportamiento de las magnitudes.

ETAPA 2: Movilización y aplicación de los conocimientos

- ✓ Proponer situaciones de aplicación que permitan usar la proporcionalidad directa e inversa en contextos variados, reforzando la interpretación de datos, la construcción de gráficas y la modelización algebraica.
- ✓ Diseñar retos donde el estudiantado relacione lo trabajado en etapa 1 con nuevas situaciones, contrastando patrones, evaluando modelos y justificando decisiones.
- ✓ Facilitar el uso de materiales, tecnología o representaciones que promuevan la autonomía, la transferencia del conocimiento y la profundización conceptual.

1. Identifica relaciones de proporcionalidad directa e inversa a partir de diferentes representaciones (verbales, tabulares, gráficas o algebraicas) en diversos contextos.

2. Analiza la variación entre dos magnitudes reconociendo patrones característicos de proporcionalidad directa o inversa, y estableciendo coherencia entre las representaciones utilizadas.

3. Formula modelos algebraicos de proporcionalidad directa e inversa justificando cómo representan la variación entre las magnitudes en situaciones contextualizadas.

Aprendizaje esperado: Plantear y resolver problemas en contextos reales mediante ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Actividades sugeridas

ETAPA 1: Aprendizaje de conocimientos

Propuesta del problema: Presentar una situación donde se observe una relación entre cantidades e invitar al estudiantado a identificar magnitudes conocidas, desconocidas y posibles vínculos entre ellas. Favorecer explicaciones iniciales, interpretaciones y anticipaciones sobre la relación antes de formalizarla matemáticamente.

Trabajo estudiantil independiente: Facilitar que utilicen diversas formas de representación (verbal, numérica, simbólica preliminar) para describir la relación entre magnitudes. Invitarles a organizar la información, identificar dependencias y explorar posibles formas de expresar la relación sin requerir una ecuación inmediata.

Discusión interactiva: Promover el análisis y comparación de las representaciones construidas, evaluar su coherencia con la situación y argumentar por qué una ecuación describe mejor la relación planteada. Favorecer explicaciones sobre decisiones tomadas al organizar información y seleccionar formas de representar.

Clausura o Cierre: Sintetizar los pasos clave: identificar magnitudes, expresar relaciones, plantear la ecuación y validar la solución. Recuperar criterios que permiten determinar si la ecuación y el resultado son pertinentes y razonables dentro del contexto.

ETAPA 2: Movilización y aplicación de los conocimientos

Incluir una variedad de problemas y ejercicios de:

Reproducción: Situaciones con relaciones claras y directas, incógnitas evidentes y ecuaciones que surgen de forma inmediata al organizar la información. Pueden incluir relaciones lineales simples, dependencias directas entre dos magnitudes y traducciones directas de una relación verbal a una ecuación básica.

Conexión: Situaciones que presentan información en distintos formatos (tablas, descripciones verbales, valores parciales, gráficos simples) donde el estudiantado debe decidir cómo expresar la relación entre cantidades antes de plantear la ecuación. Pueden incluir patrones numéricos, datos incompletos o tareas que requieran traducir de una representación a otra.

Reflexión: Situaciones donde se debe filtrar información irrelevante, elegir entre varias ecuaciones posibles la más adecuada, justificar la pertinencia de la ecuación planteada, analizar la coherencia de la solución y evaluar su razonabilidad. Pueden incluir escenarios con información ambigua o redundante, decisiones sobre pertinencia de expresiones y verificación de soluciones en contextos más complejos.

Indicadores sugeridos

1. Identifica la información presente en un problema que involucra relaciones entre magnitudes para plantear ecuaciones de primer grado con una incógnita, en diversos contextos.
2. Expresa la relación entre magnitudes mediante representaciones verbales, numéricas o algebraicas como base para plantear ecuaciones de primer grado con una incógnita, en diversos contextos.
3. Formula ecuaciones de primer grado con una incógnita que representen adecuadamente la relación entre las magnitudes descritas en el problema, en diversos contextos.
4. Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita explicando el procedimiento y justificando la coherencia de la solución con el contexto, en diversos escenarios.

Aprendizaje esperado: Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares

Actividades sugeridas

ETAPA 1: Aprendizaje de conocimientos

Propuesta del problema: Presentar una figura poligonal no regular ubicada en un sistema de coordenadas rectangulares. Invitar al estudiantado a identificar vértices, segmentos, lados posibles y la forma general del polígono. Guiar en la lectura inicial del sistema sin realizar cálculos aún. La situación se plantea como un problema que requiere interpretar la figura, analizar la información y tomar decisiones sobre cómo proceder para estimar o calcular medidas relevantes.

Trabajo estudiantil independiente: Representar el polígono mediante tablas de coordenadas, bosquejos o herramientas tecnológicas. Reconocer distancias entre puntos, segmentos y explorar diferentes maneras de descomponer la figura en polígonos conocidos.

Discusión interactiva: Comparar estrategias para obtener perímetros y áreas. Analizar qué descomposiciones producen resultados equivalentes y discutir la coherencia entre representaciones gráficas y cálculos realizados. Facilitar la validación de resultados utilizando herramientas digitales o visualizaciones.

Cierre: Sintetizar criterios para calcular distancias entre puntos, reconocer lados, descomponer figuras y validar resultados usando tanto coordenadas como representaciones gráficas.

ETAPA 2: Movilización y aplicación del conocimiento

Las tareas se formulan como problemas contextualizados que invitan a interpretar la información en coordenadas rectangulares, seleccionar estrategias, justificar procedimientos y validar resultados.

Reproducción: Ejercicios donde el polígono está completamente definido por sus coordenadas. Se solicita calcular distancias entre puntos, obtener longitudes para el perímetro y descomponer la figura para calcular el área.

Conexión: Situaciones donde la información aparece incompleta o en formatos variados: listas parciales de coordenadas, croquis, fragmentos de cuadrículas, gráficos digitales o descripciones verbales. Se solicita reconstruir el polígono, relacionar representaciones y seleccionar un procedimiento coherente para calcular área y perímetro.

Reflexión: Problemas contextualizados donde el estudiantado justifica la estrategia de descomposición utilizada, compara procedimientos, analiza la razonabilidad de los resultados y valida la coherencia entre cálculos y representación gráfica. También puede valorar el efecto de usar tecnología para representar soluciones o visualizar transformaciones geométricas.

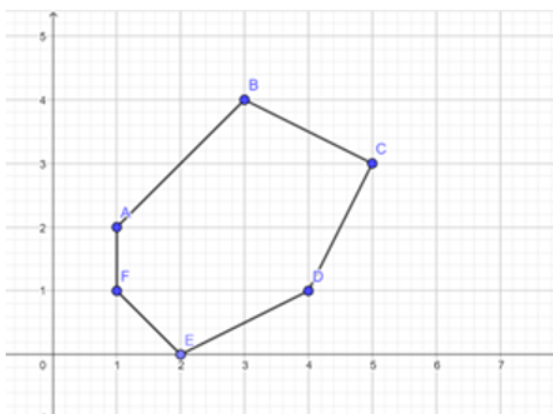
Indicadores sugeridos

1. Identifica información relacionada con el cálculo de áreas y perímetros de polígonos no regulares, utilizando un sistema de coordenadas rectangulares, en diversos contextos.
1. Descompone el polígono irregular en figuras que se conoce el cálculo del área, sobre un sistema de coordenadas rectangulares.
1. Calcula el área de polígonos no regulares utilizando la información dada, en diversos contextos.
1. Calcula el perímetro de polígonos no regulares utilizando la información dada en un sistema de coordenadas rectangulares, en diversos escenarios.

Aprendizaje por valorar: Calcular perímetros y áreas de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares. (PEM, 2012, p. 389)

Actividades propuestas

Una persona desea construir un lago en un terreno, para ello dibuja la siguiente figura en un papel cuadriculado, cuya unidad de medida del lado de cada cuadrado equivale a 5 m:



- Necesita comprar geomembrana o revestimiento de estanque (plástico especial para colocar sobre el fondo del lago), ¿cuál es la cantidad mínima, en metros cuadrados, de geomembrana que debe comprar?
- Además, se debe cercar el borde del lago con dos hilos de alambre, ¿cuál es la cantidad mínima, en metros, de alambre que debe comprar?

Indicadores

Identifica información relacionada con el cálculo de **áreas y perímetros** de polígonos no regulares, utilizando un sistema de coordenadas rectangulares, en diversos contextos.

Descompone polígonos irregulares en polígonos que se conoce el cálculo del área, sobre un sistema de coordenadas rectangulares .

Calcula el área de polígonos no regulares utilizando las áreas de polígonos regulares, en diversos contextos.

Calcula el perímetro de un polígono no regular trazado en un sistema de coordenadas rectangulares, en diversos contextos.

Indicadores del aprendizaje esperado	Puntos por indicador	Escala				
		0	1	2	3	Puntaje Obtenido
1. Identifica la información necesaria para calcular perímetros y áreas en un sistema de coordenadas rectangulares.	1 punto	No responde o reconoce solo datos explícitos presentes en el problema	Reconoce los datos implícitos presentes en el problema, que le permiten establecer relaciones para formular una estrategia pertinente de resolución.			
2. Descompone la figura en polígonos conocidos utilizando una estrategia pertinente.	2 puntos	No responde o no identifica un procedimiento que permite resolver el problema	Propone una estrategia incompleta o con errores en la subdivisión, para resolver el problema.	Descompone la figura en polígonos conocidos utilizando una estrategia clara y coherente que facilita el cálculo requerido		
3. Calcula o estima el área de polígonos no regulares utilizando las coordenadas.	2 puntos	No desarrolla un procedimiento o presenta uno que no resuelve el problema	Realiza un cálculo o estimación parcial, acorde al contexto dado, pero con errores significativos en la determinación de bases, alturas o polígonos.	Calcula o estima el área con precisión, integra adecuadamente la información y justifica la coherencia del procedimiento utilizado.		
4. Calcula o estima el perímetro de polígonos no regulares utilizando un sistema de coordenadas rectangulares.	2 puntos	No calcula el perímetro o aplica procedimientos que no permiten obtenerlo.	Realiza un cálculo parcial del perímetro con errores en la identificación o longitud de segmentos.	Calcula adecuadamente el perímetro utilizando distancias entre puntos y sumas pertinentes.		
Puntaje Total	7	Puntaje total obtenido				

Aprendizaje esperado: Analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales

Actividades sugeridas

ETAPA 1: Aprendizaje de conocimientos

Propuesta del problema: Presentar una situación donde una magnitud cambie de forma acelerada o multiplicativa (crecimiento poblacional, proceso biológico, interés acumulado, variación de una sustancia, rendimiento energético). La descripción debe permitir interpretar el fenómeno, reconocer que no se comporta linealmente y anticipar una posible relación no lineal. Se invita al estudiantado a identificar la magnitud que cambia, estimar un valor inicial plausible, señalar si “cambia cada vez lo mismo o cada vez más” y describir intuitivamente el comportamiento.

Trabajo estudiantil independiente: Facilitar la elaboración de tablas de valores utilizando tecnología o recursos manuales. Promover que el estudiantado describa los cambios entre valores, observe patrones multiplicativos, determine si el comportamiento es de crecimiento o decrecimiento y construya una gráfica aproximada. Propiciar el uso de graficadores o simuladores que permitan observar cómo cambia la forma de la curva al modificar valores iniciales o tasas de variación. Introducir aproximaciones sencillas asociadas al número e de forma intuitiva, sin formalización teórica.

Discusión interactiva: Comparar las representaciones generadas (tabla, gráfica, expresión verbal o algebraica simple). Analizar diferencias entre comportamientos crecientes y decrecientes, cómo la base influye en la rapidez del cambio y por qué este fenómeno no podría representarse con una función lineal, cuadrática o radical. Promover explicaciones y argumentaciones sobre cuál representación resulta más clara para comprender el fenómeno.

Clausura o Cierre: Resumir las características esenciales identificadas: variación multiplicativa, comportamiento creciente o decreciente, influencia del valor inicial, relación entre tabla-gráfica-expresión y utilidad de este tipo de comportamiento en fenómenos reales de distintas ciencias.

ETAPA 2: Movilización y aplicación del conocimiento

Reproducción: Resolver problemas donde se presenta una expresión exponencial sencilla. Se solicita completar una tabla breve, reconocer si crece o decrece y realizar bosquejos apoyados en tecnología.

Conexión: Resolver problemas que presenten información dispersa o parcial: una tabla incompleta, una gráfica parcial o una descripción verbal. El estudiantado reconstruye la función, relaciona las representaciones entre sí y describe su comportamiento.

Reflexión: Resolver problemas donde se debe juzgar la coherencia entre las representaciones, justificar el comportamiento observado y validar la interpretación mediante herramientas tecnológicas o comparaciones con funciones conocidas.

Indicadores sugeridos

1. Identifica características de una función exponencial a partir de representaciones gráficas, tabulares o algebraicas, en diversos contextos.
2. Relaciona información entre las representaciones gráfica, tabular y algebraica para describir el comportamiento de funciones exponenciales, en diversos contextos.
3. Analiza funciones exponenciales justificando su comportamiento a partir de las representaciones gráfica, tabular y algebraica, en diversos escenarios.

Muchas Gracias