

Actividades de Matemática con Metodología Japonesa

Asesoría Nacional de Matemática
Departamento de Primero y Segundo Ciclos

2011



Elaborado por:

Naomi Mihara, Voluntaria japonesa
Ana Yadira Barrantes Bogantes, Asesora Nacional de Matemática

Colaboración:

Vilma Segura Bonilla, Asesora Nacional de Matemática

Ministerio Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos

mep
Ministerio
de Educación Pública



“La flecha que indica el camino y el sendero que conduce a la cumbre se llama acción”
Proverbio japonés

Enero 2011

(II Edición actualizada en marzo 2020)

**Autoridades de la Dirección Curricular del Ministerio de Educación Pública**

Giselle Cruz Maduro
Directora

Anabelle Venegas Fernández
Jefa Departamento de Primer y Segundo Ciclos

Autoridades de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón

Takashi Nemoto
Coordinador de JICA – Costa Rica

Mary Segura
Coordinadora de JICA – Costa Rica

Diseño y redacción

Ana Yadira Barrantes Bogantes,
Asesora Nacional de Matemática
Periodo: 2009 – 2010

Impresión

Enero 2011



Contenido

Presentación.....	5
I Parte: Juegos Didácticos.....	7
¡Lanzo el dado y compongo el 7!	7
Muchas parejitas de diez.....	9
Una cuadrícula para mi saber.....	10
Sumo o resto mangos de la gran cosecha.....	11
Sumitas y más sumitas	12
El conejo saltarín	15
Comparo y descubro el número oculto.....	16
Multi-advino	19
Disfruto con alegría jugando con múltiplos de 3 y 5.....	21
Un archipiélago logiooperativo	23
Suma y resta de fracciones.....	24
II Parte: Ejercicios o actividades de construcción	27
Concepto de fracción con representaciones gráficas	27
Suma y Resta de fracciones.....	29
Multiplicación y División de fracciones	31
Fosforolandia, un mar de diversión.....	33
Triángulos y más triángulos.....	34
Observo, pienso y planteo mis propios problemas.....	35
Construcción de un modelo para el estudio de la clasificación de ángulos según su medida.....	37
Identificación de segmentos paralelos y segmentos perpendiculares, a partir de un mapa de un sector de la ciudad	39
Comprensión del concepto de superficie.....	41
Ejercicios de aplicación asociados con la construcción de fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros.....	43
Ejercicios de aplicación de fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros	47
Construcción de la fórmula para calcular el área del círculo	49
Actividad complementaria: Elaboración de un trompo circular	55
Construcción de un diseño formado por círculos, utilizando la cuadrícula y el compás	56
III Parte: ANEXOS.....	58
Anexo 1. Muchas parejitas de diez.....	59
Anexo 2. ¡Una cuadrícula para mi saber!	60



Anexo 3. ¡Sumo y resto mangos de la gran cosecha!.....	61
Anexo 4. ¡Resto mangos de la gran cosecha!.....	62
Anexo 5. Sumitas y más sumitas	63
Anexo 6. Tarjetas con números.....	68
Anexo 7: Actividades complementarias: Para desarrollar el pensamiento del niño y fortalecer la observación.	70
Anexo 8. El conejo saltarín	72
Anexo 9. Multi-advino	73
Anexo 10. Archipiélago logioperativo.	74
Anexo 11: Baraja de fracciones	76
Anexo 12. Modelo de cuadrados	77
Anexo 13. Ejercicio para la búsqueda de fracciones equivalentes.	79
Anexo 14. Fosforolandia, un mar de diversión.	82
Anexo 15. Triángulos y más triángulos.....	83
Anexo 16. Láminas ilustrativas para la actividad: Observo, pienso y planteo mis propios problemas .	84
Anexo 17. Mapa para la actividad de identificación de segmentos paralelos y segmentos perpendiculares.....	84
Anexo 18. Laberinto: Actividad complementaria.....	86
Anexo 19. Material de los ejercicios relacionados con el concepto de superficie.....	86
Anexo 20. Construcción de la fórmula para el cálculo del área del romboide.	89
Construcción de la fórmula para el cálculo del área del triángulo.....	90
Construcción de la fórmula para el cálculo del área del trapecio.....	91
Construcción de la fórmula para el cálculo del área del rombo.	92
Anexo 21. Ejercicios de aplicación de fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros	93
Anexo 22. Construcción de la fórmula para el cálculo del área del círculo	95
Anexo 23. Construcción de la fórmula para el cálculo del área del círculo	95
Modelo de polígono	97
Modelo trompo circular	98
Cuadrícula para la construcción de diseños formados por círculos.....	99
Nota aclaratoria.....	102
Bibliografía.....	102



Presentación

El presente documento ha sido diseñado con el propósito de ofrecer a la comunidad docente un compendio de actividades de Matemática con metodología japonesa, socializadas con educadores de Primero y Segundo Ciclo de la Escuela República de Nicaragua. Constituye la sistematización del trabajo realizado en el marco del Proyecto **“La promoción de aprendizajes matemáticos: una experiencia desde el primer año de la Educación General Básica”**, coordinado con la Agencia de Cooperación Internacional de Japón (JICA) y el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, durante el período comprendido entre junio de 2009 y diciembre de 2010.

El proyecto fue liderado por la Asesoría Nacional de Matemática con el aporte de la voluntaria japonesa Naomi Mihara. Para su ejecución, la señorita Naomi estuvo destacada como docente cooperante en la Escuela República de Nicaragua. En la primera etapa su trabajo se focalizó en la observación de lecciones a un grupo de estudiantes de primer año, con el fin de determinar los principales aspectos que caracterizan el trabajo docente en el proceso de mediación pedagógica, los materiales y recursos utilizados. En la segunda etapa, su trabajo se orientó a la planificación de las lecciones en coordinación con las docentes de grupo, a la elaboración de materiales y a impartir lecciones a dos grupos de estudiantes, uno de primer año y otro de segundo año.

El principal objetivo de este material es brindar a la comunidad docente una serie de actividades que sirvan como estrategia de abordaje para diferentes objetivos programáticos, relacionados con los ejes temáticos de Geometría, Sistema de Numeración, Operaciones Básicas y Fracciones, presentes en el currículo nacional de Matemática de Primero y Segundo Ciclos.

En la primera parte del documento, se presentan una serie de juegos didácticos. Allí se detalla la lista de materiales por utilizar y una descripción que pretende orientar el trabajo que van a realizar los estudiantes en el momento de la ejecución del juego. En algunos casos se presentan sugerencias para el docente, que le permitirán mediar las actividades potenciando, intencionadamente, diferentes habilidades en sus estudiantes.

En la segunda parte del documento, se aporta un compendio de actividades que requieren el uso de algunos materiales y útiles escolares: papel cuadriculado, tijeras, lápices de color, regla, compás, lápiz, entre otros. El propósito de estas actividades radica en que, una vez construido



los modelos o las figuras por parte del estudiante, el docente tenga la oportunidad de utilizar el material que se ha construido para generar un proceso de mediación en donde los estudiantes, a través de la manipulación del material y a partir de preguntas generadoras, logren inferir propiedades incluidas en las temáticas en estudio, o bien, adquirir aprendizajes mediante metodologías participativas. Es esencial, durante la labor de aula, la socialización mediante plenarios de los trabajos realizados por los estudiantes para que estos puedan expresar sus criterios o formular sus inquietudes. Dar espacio para que haya una interacción entre el grupo es esencial para que las actividades adquieran mayor sentido.

Una tercera parte del documento lo constituye el apartado de anexos, presenta las actividades en un formato de ficha de trabajo imprimible, de forma que el docente tenga la oportunidad de reproducir y entregar a los estudiantes los materiales de cada actividad.

Cabe destacar que estas actividades fueron socializadas en los distintos asesoramientos realizados en la Escuela República de Nicaragua, durante el curso lectivo de 2010. Se agradece a la comunidad administrativa - docente de este centro educativo por el proceso de acompañamiento brindado en la ejecución de este proyecto.

Un agradecimiento también a la señora Yarith Rivera Sánchez, quien, durante su gestión como Directora de la Dirección Curricular, diseñó el Proyecto y realizó la coordinación con las autoridades educativas y con la Agencia de Cooperación Internacional de Japón (JICA), enfocando esfuerzos hacia una matemática dirigida a la adquisición de aprendizajes significativos. Se extiende el agradecimiento a las autoridades de JICA Costa Rica por la colaboración brindada al hacer posible la participación de la señorita Naomi.



I Parte: Juegos Didácticos

¡Lanzo el dado y compongo el 7!



Imagen tomada de libro de texto de Japón, Compañía

Materiales: 2 dados

Descripción:

- El docente escribe en la pizarra una cuadrícula en la que se destaca diferentes descomposiciones aditivas de un número determinado, por ejemplo, el número 7. Destaca en la cuadrícula diferentes parejas incompletas de sumandos, con la idea de que el estudiante descubra el otro sumando que compone el número destacado en cada pareja. Ver la siguiente figura:

7	7	7	7
3	2	4	6

- Los estudiantes copian en sus cuadernos la cuadrícula, que tendrán que completar mediante el juego. El juego consiste en, lanzar un dado con el fin de que muestre una cantidad que permita completar alguna de las parejas que corresponden a descomposiciones aditivas del número tomado como referencia.
- Organizados en parejas y por turnos, cada estudiante lanza su dado, si el número que muestra el dado constituye uno del sumando que completa alguna de las parejas, entonces el alumno anota este número en la cuadrícula. Luego da el turno al otro estudiante para ver si él tiene la opción de obtener un número que complete alguna de las otras parejas.
- Si al lanzar el dado no se obtiene una cantidad que componga el número tomado como referencia, en este caso el número 7, entonces sigue el turno del otro estudiante quien



tirá su dado para lograr obtener algún número que lo componga. En este ejemplo el dado debe mostrar alguno de los siguientes números: 4, 5, 3 o 1 respectivamente.


- El juego continúa hasta lograr obtener cantidades que compongan el número destacado en la cuadrícula, completando cada descomposición a partir de uno de los sumandos que se especifican.
- El juego termina cuando se logra completar toda la cuadrícula.
- No hay ganadores, ni perdedores.

Sugerencia: Se repite el juego intercambiando el número destacado en la cuadrícula, de acuerdo con el avance en el estudio del campo numérico.



Muchas parejitas de diez

Materiales: Una cuadrícula como la que se muestra en el modelo y un lápiz.



Encierre dos cantidades que forman el 10

2	9	5	8	3
1	6	5	7	5
4	2	1	5	2
8	8	7	9	4
4	2	3	6	2

7	4	6	2	7
5	3	8	6	4
5	2	5	1	8
7	3	9	7	2
5	5	6	4	3

Descripción:

- Se entrega una cuadrícula (**Anexo 1**) a cada estudiante con el propósito de que encierre la mayor cantidad de parejas de números cuya suma dé como total 10. Las parejas de la cuadrícula pueden estar ubicadas en posición horizontal, vertical o en diagonal.
- El juego se puede jugar en parejas para propiciar el trabajo colaborativo.
- Una vez que los estudiantes han concluido el trabajo, lo comparten con su docente.



Una cuadrícula para mi saber

+	9	1	4	8	2
6					
8					
4					
5					
3					

Materiales: Un lápiz y un modelo de cuadrícula como el que se presenta.

Descripción:

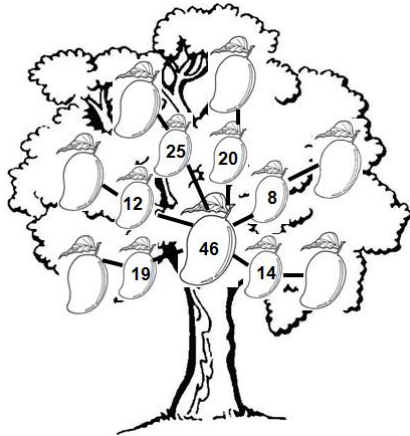
- El docente entrega a cada estudiante una cuadrícula (Anexo 2), con el fin de que en forma individual y mediante cálculo mental, el estudiante sume cada uno de los números que se presentan en la primera columna, con cada uno de los números que se encuentran en la primera fila, escribiendo en las casillas respectivas el total obtenido.
- Cada estudiante registra el tiempo empleado en completar la cuadrícula, no con el fin de fomentar la competencia, sino con el propósito de que cada uno vaya desarrollando sus habilidades de cálculo mental.

Sugerencia: Si el juego se va a utilizar en el primer año escolar, entonces se recomienda que al inicio se trabaje con una cuadrícula de 3 x 3, con cantidades menores que 5 y que en su diseño se contemple cuadrillos de un tamaño mayor al de 1 cm x 1 cm.

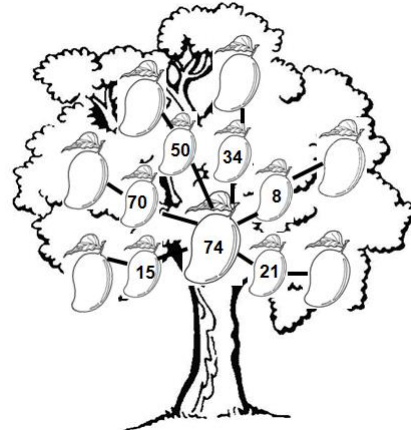
Como el juego se puede utilizar en diferentes niveles educativos para el repaso de las operaciones (resta, multiplicación o división), es importante que se aumente el nivel de dificultad, ampliando la cantidad de cuadrados de la cuadrícula hasta lograr el trabajo con una cuadrícula de 10 x 10.



Sumo o resto mangos de la gran cosecha



Árbol para la suma



Árbol para la resta

Materiales: El dibujo o ilustración de un árbol el que se destaquen sus frutos y cantidades como los que se muestran de modelo: (Se sugiere disponer de una cantidad considerable de figuritas)

Descripción:

- Este es un juego para fortalecer el cálculo mental de sumas o restas con cantidades menores que 100. El docente proporciona al estudiante la copia de un dibujo que le resulte llamativo (Anexo 3 - Anexo 4), en el que se presenta una cantidad situada en el centro y un grupo de números ubicados alrededor de esta.
- En forma individual, cada estudiante suma (o resta) la cantidad central con el número ubicado alrededor, el total de dicha suma lo escribe en la fruta respectiva. El proceso lo repita hasta lograr completar todas las frutas destacadas en el árbol.
- Si el docente observa dificultad en el trabajo por parte de algunos de sus estudiantes, podría sugerir el uso de material concreto que le sirva de apoyo para lograr la meta.

Sugerencia: Es muy importante que se motive por medio de frases positivas a los estudiantes y permitirles que luego expresen con palabras las estrategias de cálculo utilizadas en la solución del reto. El compartir estrategias, permitirá adquirir mayor confianza en el trabajo y conocer diferentes maneras de cálculo.



Sumitas y más sumitas

Busque una tarjeta de suma que su resultado sea 6

Busco sumas para cada resultado

1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1	7+1	8+1	9+1
1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	6+2	7+2	8+2	
1+3	2+3	3+3	4+3	5+3	6+3	7+3		
1+4	2+4	3+4	4+4	5+4	6+4			
1+5	2+5	3+5	4+5	5+5				
1+6	2+6	3+6	4+6					
1+7	2+7	3+7						
1+8	2+8							
1+9								

9

Materiales: Un grupo de tarjetas de sumas, cuyos sumandos correspondan a cantidades menores que 10. Un juego de tarjetas, cada uno rotulada en una de sus caras, con un número del 2 al 10.

Descripción:

- Este es un juego que propicia el cálculo mental de suma, con cantidades menores e iguales que 10.
- En grupos de 3 alumnos, los estudiantes se organizan para definir quién será el coordinador del juego, quien tendrá la tarea de dirigir el trabajo y comprobar lo realizado por cada participante.
- Cada subgrupo contará con un juego de cartas ([Anexo 5](#)). El coordinador distribuirá (boca arriba) sobre una mesa o sobre dos pupitres que se han unido, las cartas que contienen



las sumas. Debe reservar el juego de cartas que contienen los números del 2 al 10. (Anexo 6),

- El coordinador saca al azar una carta del juego que se ha reservado y muestra el número a sus compañeros, quienes buscarán la mayor cantidad de tarjetas cuyas sumas tengan como total el número mostrado. Las tarjetas de sumas que cada estudiante encuentre, debe mantenerlas en su poder.
- Luego el coordinador saca otra tarjeta, muestra el número a sus compañeros para que de nuevo busquen tarjetas de sumas cuyo total corresponda al número mostrado. Les recuerda a sus compañeros que deben mantener en su poder las tarjetas que han encontrado.
- El proceso se repite hasta lograr que no existan tarjetas distribuidas sobre la mesa (o pupitres).
- Gana el estudiante que haya logrado acumular la mayor cantidad de tarjetas.

Sugerencia: En este juego es importante propiciar un espacio que promueva el interés de los estudiantes por el cálculo mental de sumas, no es conveniente que se estimule la competencia entre los participantes.

Actividades complementarias: Para desarrollar el pensamiento del niño y fortalecer la observación.

- El objetivo de esta actividad consiste en aprovechar situaciones que le resulten familiares a los estudiantes para fomentar en ellos la formulación (en forma oral o escrita) de sus propios problemas, a partir de la observación detallada de ilustraciones con algún contenido.
- El docente muestra alguna ilustración o dibujo (Anexo 7) y solicita a sus alumnos que observen cada uno de los aspectos que se destacan en ella. Luego solicita que piensen un problema que se podría redactar a partir de algún aspecto que se presenta en la ilustración.
- Según el nivel escolar, puede solicitar a los estudiantes que formulen el problema en forma oral o escrita. A partir de las operaciones que se estén estudiando, el docente podría también solicitar que redacten un problema que requiera específicamente la utilización de esa operación (suma, resta o multiplicación)

- En una ilustración como la siguiente, el docente podría dar como indicación: Observe la siguiente ilustración y redacte una situación relacionada con la operación suma a partir de algún aspecto que la imagen presenta.





Una situación que podrían formular los estudiantes es la siguiente: Hay 6 bancas en el parque, 2 son de color amarillo y las otras son de color café. ¿Cuántas bancas cafés hay?

También el docente podría ser quien inicia la actividad planteando un ejemplo de problema, esto es, presenta la ilustración y mediante un diálogo con sus estudiantes podría plantear el siguiente problema: “En la playa hay 6 adultos y 8 niños, ¿cuál es la diferencia entre ellos?”. Luego podría sugerir que sea alumno quien formule, en forma oral, otra situación que sea diferente a la que él les planteó.



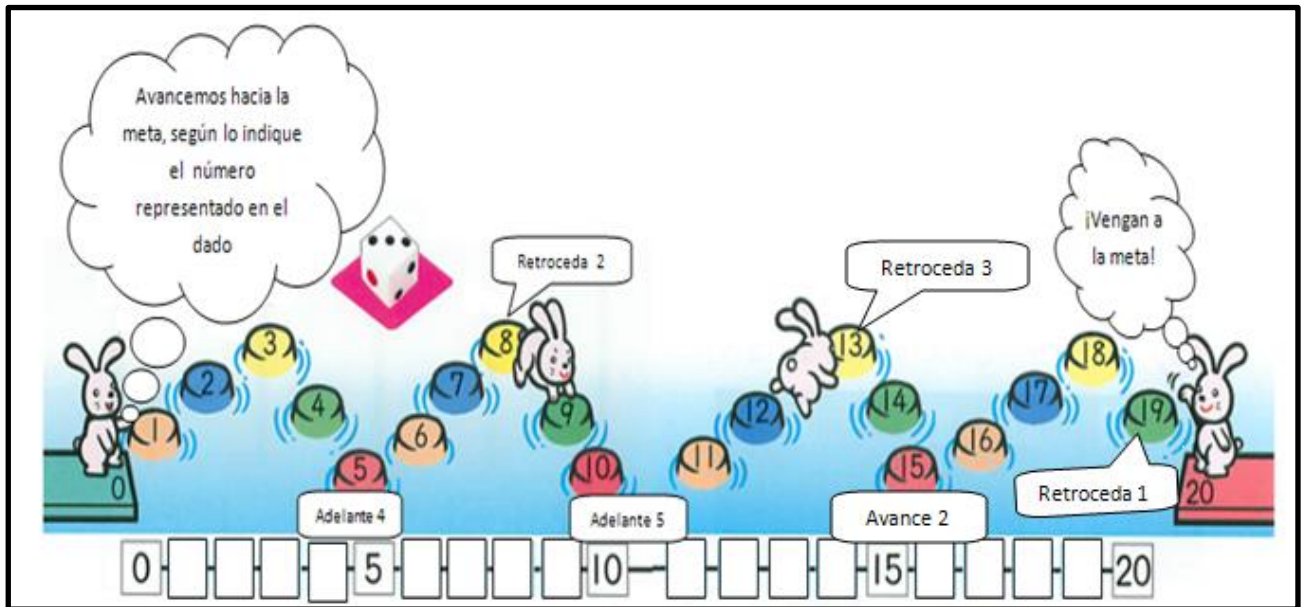
Sugerencia: En este tipo de actividades, el docente debe centrar su atención en el pensamiento de sus estudiantes y aprovechar las situaciones que ellos formulan, para determinar el nivel de comprensión con el que se están trabajando las operaciones.

Cuando se introduce la actividad por primera vez, es importante que los estudiantes formulen el problema en forma oral y se le dé libertad de compartir sus ideas con el resto del grupo.

La actividad constituye un valioso recurso para formar un banco de problemas redactados por los mismos estudiantes.



El conejo saltarán



Materiales: Un dado, 2 fichas de colores distintos, una para cada jugador y un camino de recorrido como el que se muestra en el modelo.

Descripción:

- Este es un juego de mesa, el docente entrega a cada pareja de estudiantes un camino de recorrido (Anexo 8), dos fichas y un dado.
- Ambos estudiantes colocan sus fichas en la posición que contiene el número 0 y definen sus reglas para determinar quién inicia.
- El estudiante que da inicio al juego lanza el dado, según el número que el dado indique, avanza por el lado la cantidad de piedritas. Posteriormente y respetando el turno, el otro estudiante lanza el dado e inicia también su recorrido por el lado.
- Si en el período de avance el jugador cae sobre las piedritas identificadas con los números 5, 10 o 15, entonces debe avanzar la cantidad espacios según se indique. Por otra parte, si cae en alguna de las piedritas identificadas con los números 8, 13 o 19, entonces deberá retroceder la cantidad de piedritas que corresponda.
- Gana el estudiante que logra llegar primero a la meta.



Comparo y descubro el número oculto


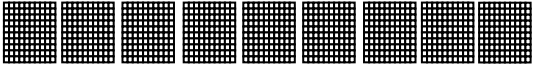
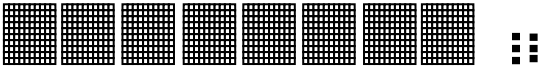
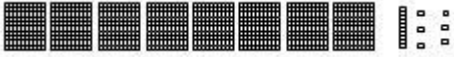
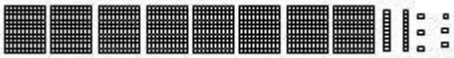


Materiales: Una cantidad considerable de tarjetas con cantidades entre 500 y 1000 (el número de tarjetas lo define el docente según sus posibilidades) y una silueta de algún animalito o figurita (construida en cartulina) que resulte atractiva para el estudiante y que permita ocultar un dígito en alguna de las cantidades que se van a comparar.

Descripción:

- El objetivo del juego radica en la comparación de cantidades de dos cantidades de tres dígitos (entre 500 y 999) cada uno, brindando el espacio para que los estudiantes compartan las estrategias utilizadas en el establecimiento de dicha comparación.
- El juego consiste en ofrecer al estudiante una situación, en la que debe descubrir el dígito (o dígitos) que está oculto en una de las cantidades, para así establecer la correspondiente comparación entre ellas.
- Es fundamental dirigir el juego mediante una serie de preguntas que le permitan a los estudiantes pensar sobre lo que se presenta y posteriormente expresar sus ideas. Al dirigir el juego, el docente presenta dos cantidades al grupo y establece un **diálogo** con sus alumnos como el que se muestra a continuación:



Diálogo entre docente y su grupo	Material mostrado, por docente o por alumnos
<ul style="list-style-type: none"> • Docente: ¿Cómo se llama este número? • Alumnos: Novecientos uno • Docente: ¿Cómo se llama este otro número? • Alumnos: ¿Ochocientos...? No sé maestro(a) porque la mano del gatito está tapando un dígito y sólo puedo ver el 8 y el 6 • Docente: ¿Aun cuando el gatito tape uno de los dígitos, podríamos decir cuál es el mayor de estos números, por qué creen ustedes que digo esto? ¿Cuál número es el mayor? • Alumnos (piensan un poco y expresan su idea al grupo): <ol style="list-style-type: none"> a) Un alumno dice: Porque entre 800 y 900 el número mayor es 900. b) Porque si la mano del gatito tapa el número 1 entonces tenemos 816 y 901 es mayor que 816 c) Otro alumno utiliza los bloques y muestra con el material: <p style="text-align: center;">➔</p> <ul style="list-style-type: none"> • Docente: Excelente, cuando comparamos las cantidades vemos que una está formada por un total 9 centenas y la otra por 8 centenas, lo que indica que 900 es mayor que 800. • Docente: ¿Cuál número podría ser el que está tapando el brazo del gatito? • Alumnos: Un alumno responde, podría ser el 0 y se forma la cantidad 806, otro alumno dice, podría ser también el 1 y tenemos el 816. <p>Se dirige el diálogo hasta lograr que los alumnos infieran que podría ser cualquiera de estos números: 0, 1, 2, ...9. Por lo que 901 será mayor que 806, o mayor que cualesquiera de los números formados (816,826,...,896)</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>9 centenas = 900</p>  <p>8 centenas = 800</p>  <p>816</p>  <p>826</p> 



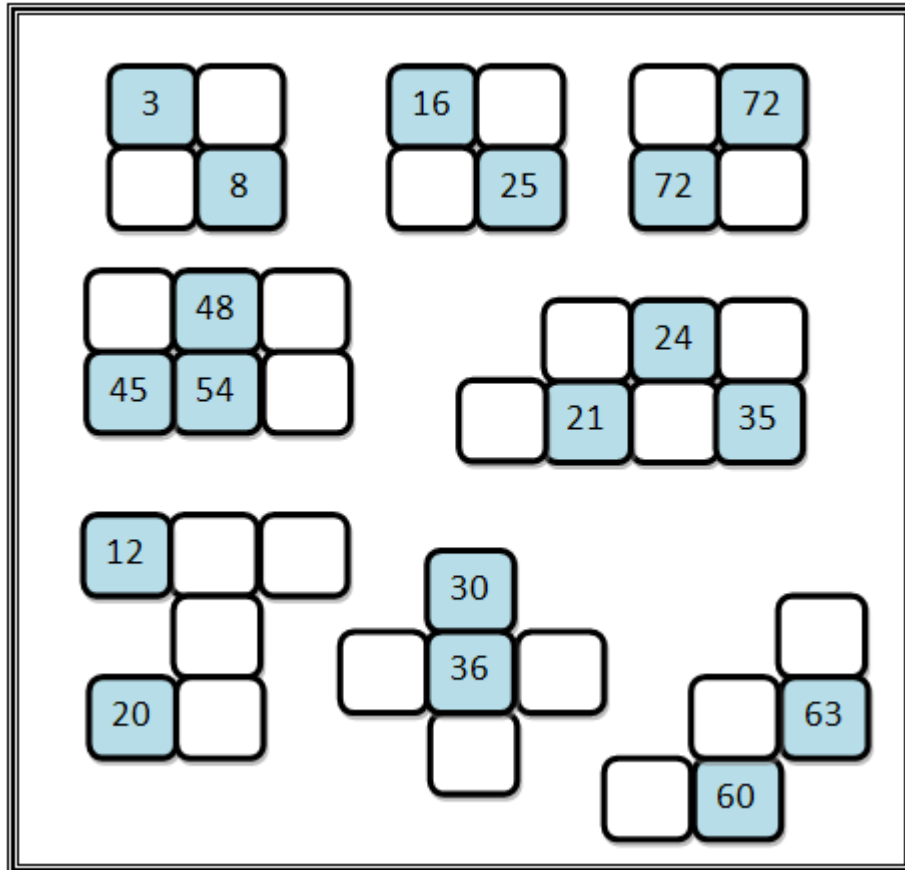
Sugerencia: Continuar el juego con un diálogo similar mostrando otras cantidades. No se debe perder de vista que es muy importante dar tiempo para que los estudiantes piensen, permitir que expliquen su razonamiento y fomentar la mayor participación de los alumnos en el momento de expresar sus ideas.

Se sugiere orientar el diálogo, sin dar muchas pistas o adelantarse en dar respuestas, el propósito es dar tiempo para que los estudiantes razonen, generen pensamiento, puedan compartir entre sí su razonamiento, logrando la mayor cantidad de formas de pensar y de comparar.



Multi-adivino

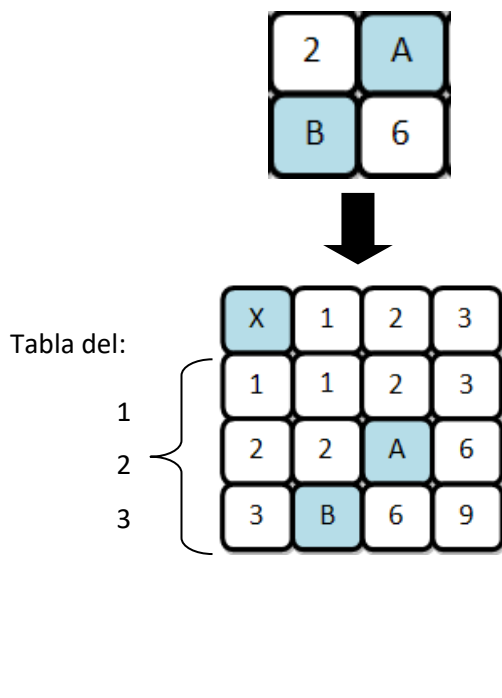
Cartón del juego



Materiales: Un cartón de juego como el que se presenta en el modelo

Descripción:

- El juego tiene como propósito el fomento de habilidades de cálculo mental en la elaboración de estrategias que promuevan el repaso de las tablas de multiplicar.
- En forma individual, cada estudiante completa con números las casillas destacadas en cada grupo de la cuadrícula (Anexo 9). Primero debe analizar las posibles tablas de multiplicar que tienen a esos números como producto, para seleccionar cuál de las tablas es la que corresponde, debe tener presente que siempre se trabajarán con tablas consecutivas, esto es, si se ha seleccionada la tabla del 5 entonces el otro número corresponderá a un producto presente en la tabla del 4 o la del 6, que son las tablas contiguas a la del 5.
- Los números que se anotan en los respectivos espacios, serán aquellos identificados en las tablas seleccionadas y que corresponden a los productos considerados en orden ascendente o descendente, según se visualice en la cuadrícula. **Ejemplo:**



- Para determinar los números que se ubican en las casillas denotadas como A y B respectivamente, se toma como referencia los números 2 y 6.
- El estudiante debe preguntarse, ¿qué tablas de multiplicar tienen como producto a 2? En su razonamiento recordará que sólo las tablas del 1 y **2 tienen como producto a 2**.
- También tendrá que preguntarse, ¿qué tablas de multiplicar tienen como producto a 6? Teniendo claro que sólo las tablas del: 1, 2, **3** y 6 tienen como producto a 6.
- Como se deben seleccionar aquellas tablas que están seguidas una de la otra, las tablas por elegir serán la del 2 y la del 3 respectivamente:

↓

$2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6, \dots$ Tenemos que: $A = 4$

$3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 3 = 9, \dots$ Por lo tanto: $B = 3$

↑

Sugerencia: En este tipo de juegos, es muy importante que el docente establezca un diálogo con los estudiantes que les permita la comprensión de lo que deben realizar. No pretende que se haga una lectura de la descripción del juego, sino más bien que en un clima armonioso, se formulen una serie de preguntas que motiven a los estudiantes a pensar y a dar posibles respuestas. En este tipo de actividades, es vital que el docente brinde el tiempo necesario para que sus estudiantes interpreten el reto propuesto y puedan establecer conjeturas, para posteriormente expresar su pensamiento.

- Al finalizar el trabajo, los estudiantes deben tener completa la cuadrícula con los números respectivos.



Disfruto con alegría jugando con múltiplos de 3 y 5



Descripción:

- El juego consiste en repasar los múltiplos de 3 y 5 de manera divertida, fomentando en los estudiantes la concentración, el razonamiento y el cálculo mental.
- El docente organiza la clase en subgrupos, con el fin de que los estudiantes utilicen el conteo de los números (1, 2, 3, 4, 5 para determinar los números que son múltiplos de 3, de 5 o de ambos.
- El conteo inicia con el número 1, el siguiente alumno dice 2 pero a los estudiantes que les corresponda decir un número que sea **múltiplo de 3**, en sustitución de decir en voz alta el número, deberá levantar su mano derecha.



- Se sigue el conteo de los números con el número 4 y a los estudiantes que les corresponda decir un número que sea múltiplo de 5, en vez de decir la cantidad en voz alta, debe levantar su mano izquierda, y permanecer callado.





- Se continúa con el conteo, al estudiante que le corresponda decir 6 tendrá que levantar su mano derecha, se continúa con el 7, el 8 pero al que le corresponda el 9, levantará su mano derecha y permanecerá callado. El conteo continúa y en el caso del 10, el alumno tendrá que levantar su mano izquierda, sigue otro alumno con el 11, el 12 tendrá que levantar su mano derecha, otro dirá el 13, otro el 14 pero a quien le corresponda decir el 15, sustituirá esa acción y tendrá que levantar ambas manos (porque 15 es a la vez múltiplo de 3 y de 5).
- Si un alumno se equivoca, sale del círculo. En este caso el conteo vuelve a empezar, respetando las mismas reglas.
- Gana el juego quien logre respetar las reglas y permanece hasta el final
- Es importante dejar claro las condiciones que se establecieron para el momento del conteo de los números, en la pizarra se podrá anotar una leyenda que diga más o menos así:

Sugerencia Al explicar el juego a los niños y a las niñas, es fundamental que las ideas que exprese el docente sean claras, con un lenguaje simple y breve.

Las reglas del juego se pueden escribir en la pizarra para que los estudiantes las logren memorizar, el docente puede escribir una nota como la siguiente:

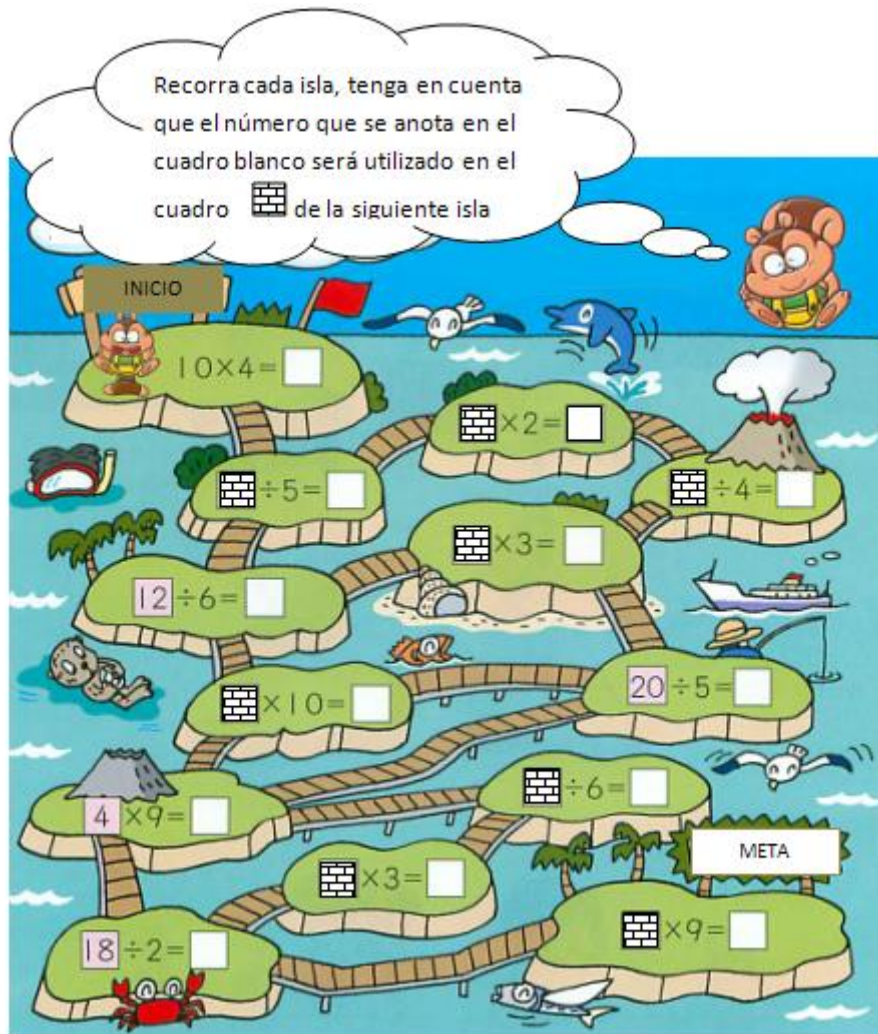
“Estimados estudiantes, vamos a divertirnos con el conteo de números, pero hay unas reglas que debemos todos cumplir y son bastante simples.

Cuando deban decir un número que sea múltiplo de 3, en vez de decir en voz alta ese número, levante su mano derecha y manténgase en silencio. Si les corresponde decir un número que es múltiplo de 5, levante su mano izquierda y guarde silencio, pero si les toca decir un número que es múltiplo de 3 y 5 a la vez, no olvide levantar ambas manos sin decir palabra alguna”. (Estas reglas también se pueden plantear en forma gráfica con dibujos llamativos).



Un archipiélago logiooperativo

Materiales: Una copia del juego como el que se presenta en el modelo (Anexo 10)



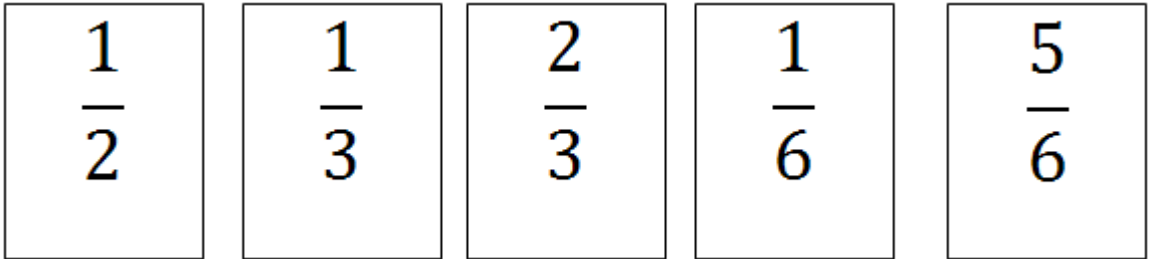
Nota: Es importante que el docente oriente a los estudiantes que presentan alguna dificultad en la interpretación del juego, se sugiere que ayude con algunas pistas, pero sin dar tanto detalle que impida a los estudiantes pensar sus propias estrategias en la realización del recorrido por cada isla. Se debe tener claro que este es un juego que promueve el cálculo mental de operaciones y divisiones con cantidades menores que 100, pero que además requiere de observar para seleccionar los puentes que conectan una isla con otra.



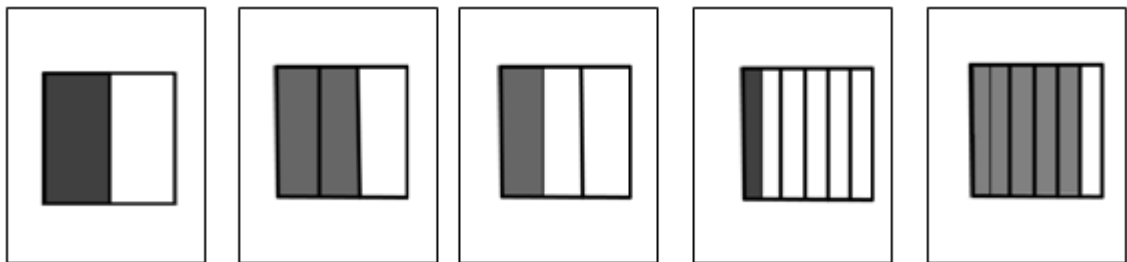
Suma y resta de fracciones

Materiales

- Un juego de 20 tarjetas, compuesto por **cuatro tarjetas** con la representación simbólica de cada una de las siguientes fracciones:

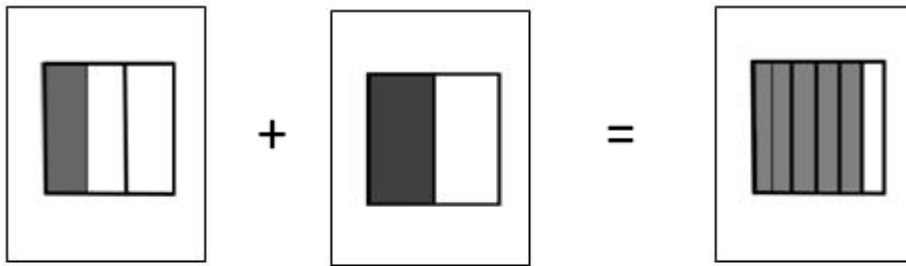


- Un juego de 20 tarjetas, compuesto por **cuatro tarjetas** con la representación gráfica de cada una de las fracciones descritas anteriormente:

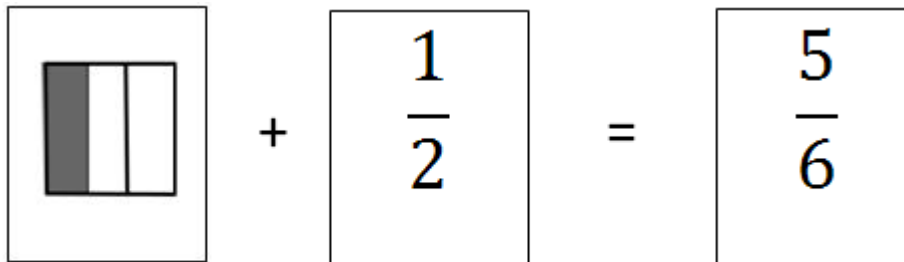


Descripción:

- Este es un juego de mesa cuyo objetivo es el repaso de la suma y resta de fracciones propias, empleando la representación gráfica y la correspondiente notación simbólica.
- El docente organiza la clase en subgrupos y entrega una baraja con las 40 tarjetas a cada subgrupo ([Anexo 11](#)). Se sugiere que se distribuyan al azar las representaciones gráficas y las notaciones simbólicas.
- Cada estudiante toma de la baraja 5 tarjetas, debe formar una suma o una resta de fracciones con su correspondiente respuesta. Debe tener presente que, para lograr el reto, las tarjetas que utilice sólo pueden contener representaciones gráficas o sólo notaciones simbólicas de las fracciones, no se aceptará la combinación de tarjetas con ambas representaciones.

**Ejemplos correctos:**

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

Ejemplos incorrectos:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

- Cada estudiante debe seleccionar entre las tarjetas dadas, aquellas que le permitan realizar el reto, de ahí que debe prestar atención para descartar las tarjetas que no necesite.

Indicaciones generales:

- Forme un equipo de 4 estudiantes.
- Reparta 5 tarjetas por cada estudiante.



- Las tarjetas restantes ubíquelas por el reverso, de modo que no sea visible la representación que contiene.
- De las 5 tarjetas que recibe cada estudiante, debe primero analizar cuáles de ellas le permitirán formar la operación de fracciones (suma o resta) con la respectiva respuesta. Luego tendrá que descartar una de esas tarjetas y tomar otra tarjeta de baraja.
- Respetando el turno, el estudiante cada vez tiene la opción de descartar una de sus tarjetas y seleccionar otra de la baraja. Las tarjetas que cada estudiante descarte, van a quedar fuera del juego.
- Se pretende que cada estudiante logre realizar de manera exitosa el reto. El estudiante que primero logre formar una operación con su respectiva respuesta, debe dar oportunidad para que sus otros compañeros continúen y logren la meta.
- No hay ganadores ni perdedores, la idea es el disfrute y la perseverancia para lograr lo propuesto.



II Parte: Ejercicios o actividades de construcción

Concepto de fracción con representaciones gráficas

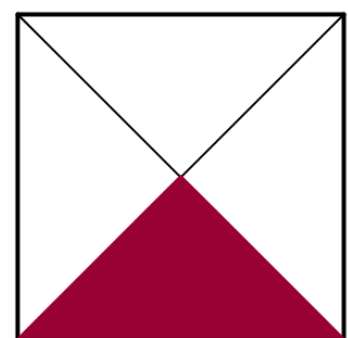
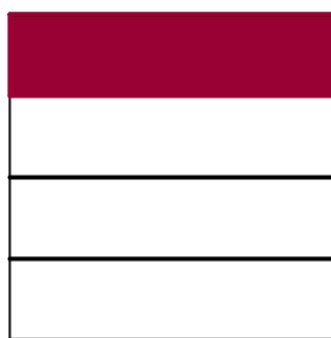
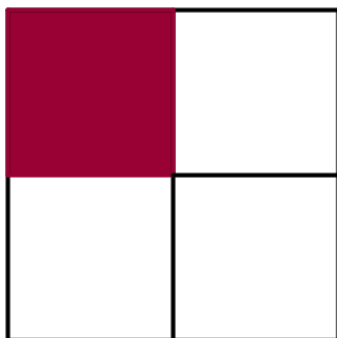
Materiales: Cuadrados de papel (construidos con hojas blancas), lápices de colores y una regla.

Actividad de construcción:

- Entregue a los estudiantes cuadrados de igual tamaño (Anexo 12) y solicíteles que, mediante la técnica del doblado de papel, utilicen los cuadrados para representar de manera gráfica cada una de las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$$

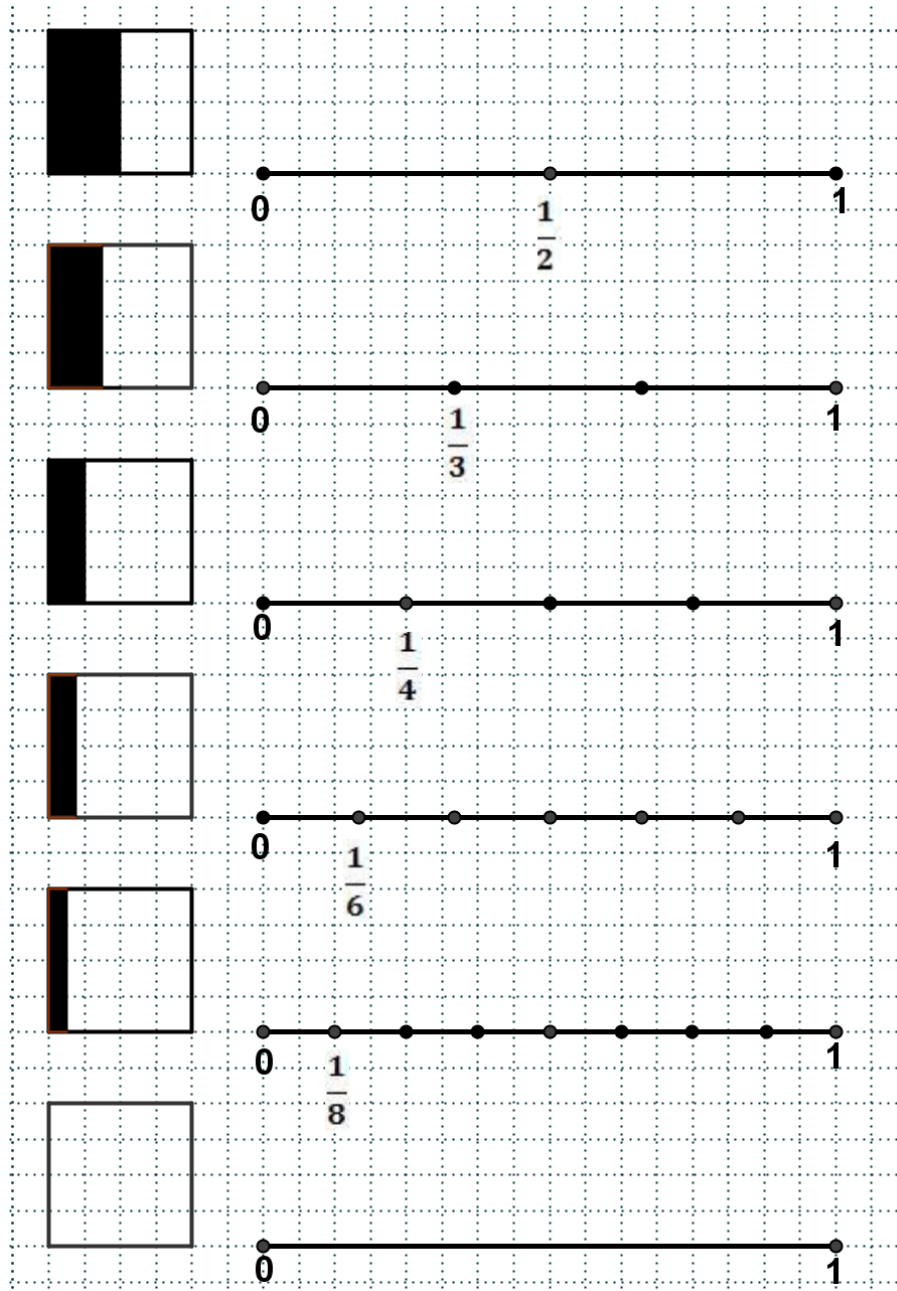
- Pida que destaquen con color, la parte de la unidad que se está representando en cada cuadrado. Solicite que obtengan dos representaciones diferentes por cada fracción, lo que va a permitir contar con diferentes modelos de representaciones para una misma fracción. Por ejemplo:



Sugerencia: Es importante orientar al estudiante en la comprensión de que el cuadrado representa la unidad y guiarlo en la búsqueda de otras maneras de representar gráficamente cada una de las fracciones en estudio.



- Entregue a los estudiantes la siguiente cuadrícula ([Anexo 13](#)). Solicite que observen las representaciones gráficas que se presentan y su relación con cada una de las fracciones que se destacan en cada una de las rectas.



Luego pida a los estudiantes que, de acuerdo con la representación de las fracciones destacadas en cada una de las rectas:

- Busquen fracciones que sean equivalentes y trace un **segmento vertical** que permita unir dichas fracciones entre las distintas rectas.
- Coloree, en la última ilustración, una fracción que no se haya destacado en las representaciones gráficas anteriores y que expresen dicha fracción en la recta.

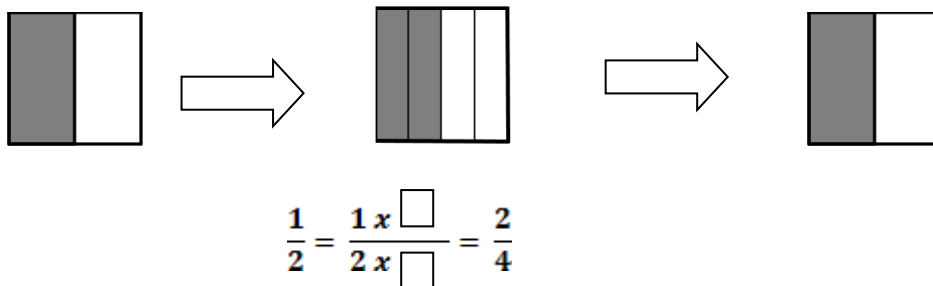


- Busquen otras fracciones que sean equivalentes a las representadas, que escriban dichas fracciones en las respectivas rectas. Solicite además que luego comparen su trabajo con el de otro(a) compañero(a).

Sugerencia: Cuando el estudiante elabora una representación gráfica, trabaja en el trazo de las diferentes rectas y establece relaciones entre el número de partes en las que se ha dividido la unidad con el tamaño de partes que se obtiene. Posee también la oportunidad de interactuar con el concepto de fracción equivalente y así lograr una mayor comprensión en su aprendizaje.

Suma y Resta de fracciones

- La actividad anterior es indispensable para el abordaje de las operaciones con fracciones heterogéneas, puesto que este es un tema que requiere un dominio de las fracciones equivalentes por parte de los estudiantes.
- El docente puede introducir el tema con una actividad en la que se modelen estas fracciones por medio de representaciones gráficas, utilizando figuras geométricas y rectas numéricas.



Posterior a esa introducción, luego podría proponer a los estudiantes ejercicios como los siguientes:

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{\square} = \frac{\square}{20}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{\square}{4} = \frac{15}{\square}$$

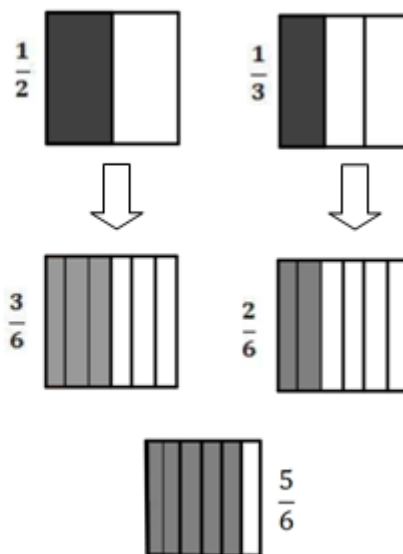
- Otro conocimiento previo que se requiere, es el dominio del concepto de mínimo múltiplo común y su aplicación en el proceso de homogeneización de fracciones heterogéneas.



- A partir de los conocimientos previos planteados anteriormente, se trabajarían ejercicios como los siguientes:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{6} + \frac{\square}{6}$$

$$= \frac{\square}{6}$$



- **Dos estrategias para obtener el resultado de la siguiente operación con fracciones:**

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{1 \times 8}{6 \times 8} + \frac{3 \times 6}{6 \times 6}$$

$$= \frac{\square}{48} + \frac{\square}{48}$$

$$= \frac{26}{48}$$



En este caso se amplifican una fracción por el número que corresponde al denominador de la otra fracción y viceversa.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{8} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3}$$

$$= \frac{\square}{24} + \frac{\square}{24}$$

$$= \frac{13}{24}$$



Este procedimiento involucra el cálculo del mínimo múltiplo común de los números que corresponden a los denominadores.

Múltiplos (diferentes de 0) de:

- 6: 6, 12, 18, **24**, 30, ...
- 8: 8, **24**, 32, ...

Mínimo múltiplo común de 6 y 8: 24

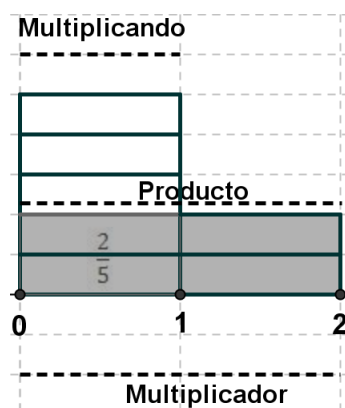


Multiplicación y División de fracciones

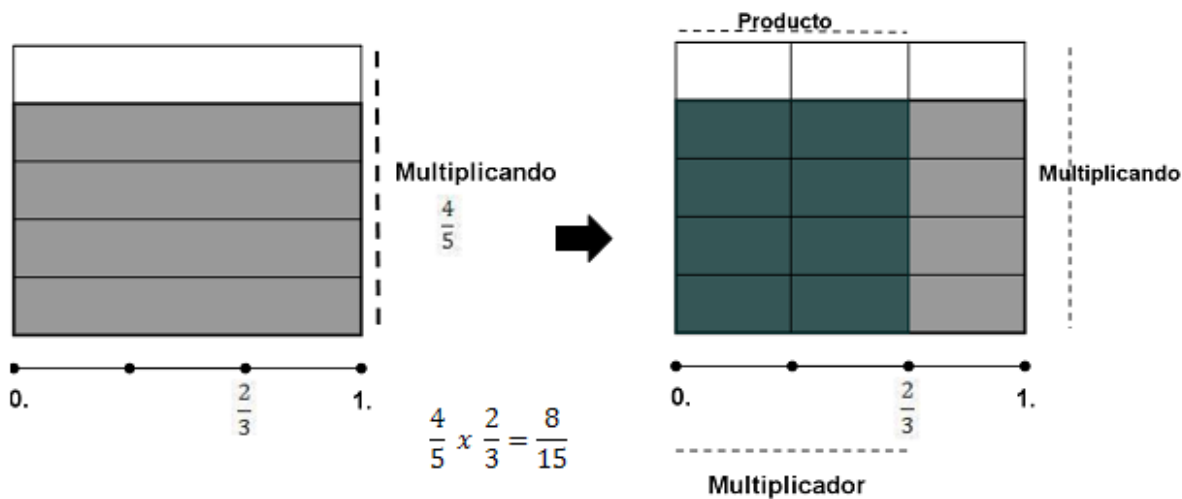
- Estas operaciones se pueden iniciar utilizando representaciones gráficas de las fracciones, como seguidamente se presenta
- Para obtener el resultado de las operaciones constituidas por multiplicaciones o divisiones de fracciones, se podrían utilizar modelos destacados en cuadrículas como los siguientes:

a) Obtenga el producto que se obtiene al efectuar la operación:

$$\frac{2}{5} \times 2$$



b) Obtenga el resultado de $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

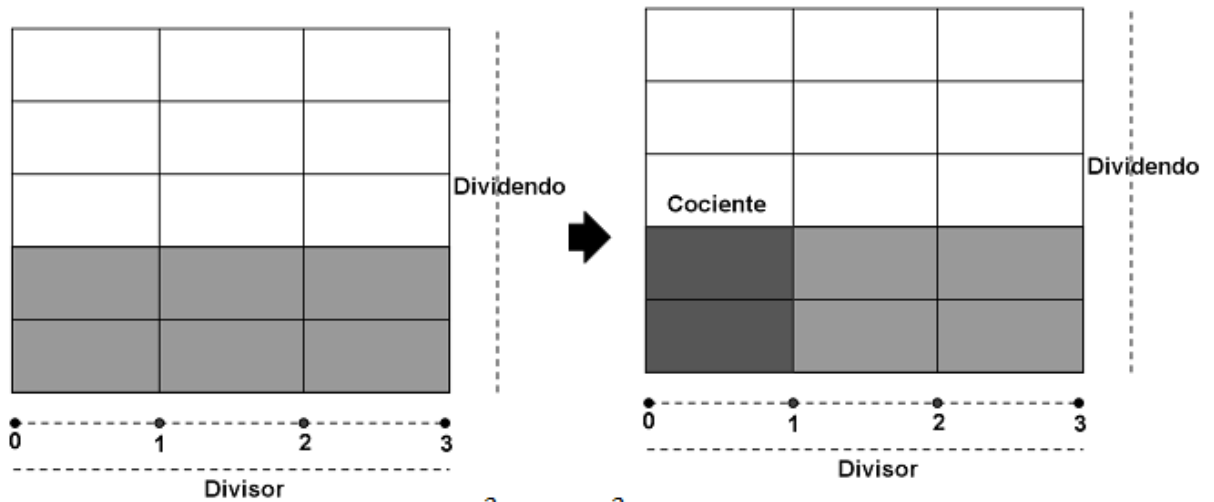


Sugerencia: El uso de estas representaciones orienta al estudiante en la construcción del procedimiento que permite el cálculo directo de los productos.



c) Proceda a obtener el resultado de la operación:

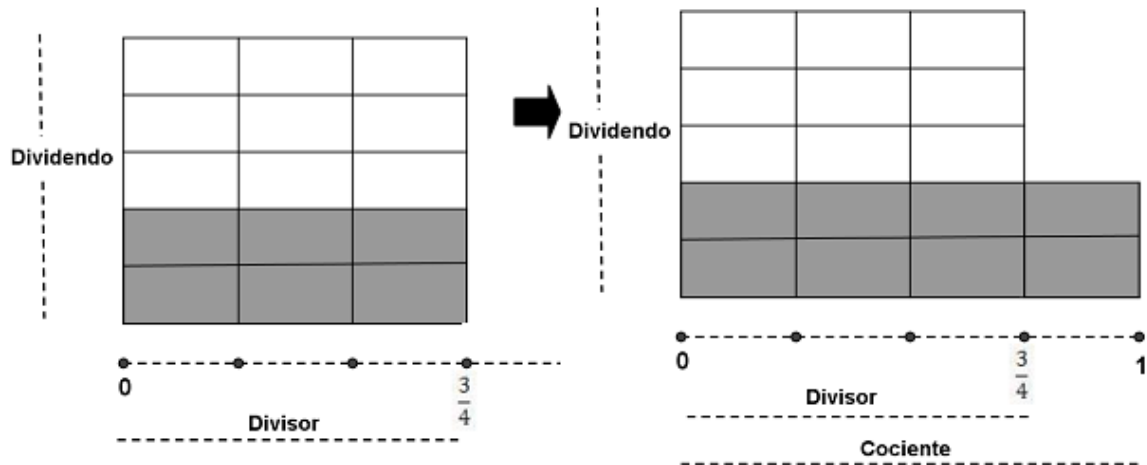
$$\frac{2}{5} \div 3$$



$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{15}$$

d) Obtenga también el resultado de

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$$



$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$$

NOTA: Una sola representación gráfica no es suficiente para que el estudiante logre deducir el procedimiento que se utiliza al dividir fracciones. Es importante que el docente oriente al estudiante en la representación gráfica de varios ejercicios y en su interpretación.

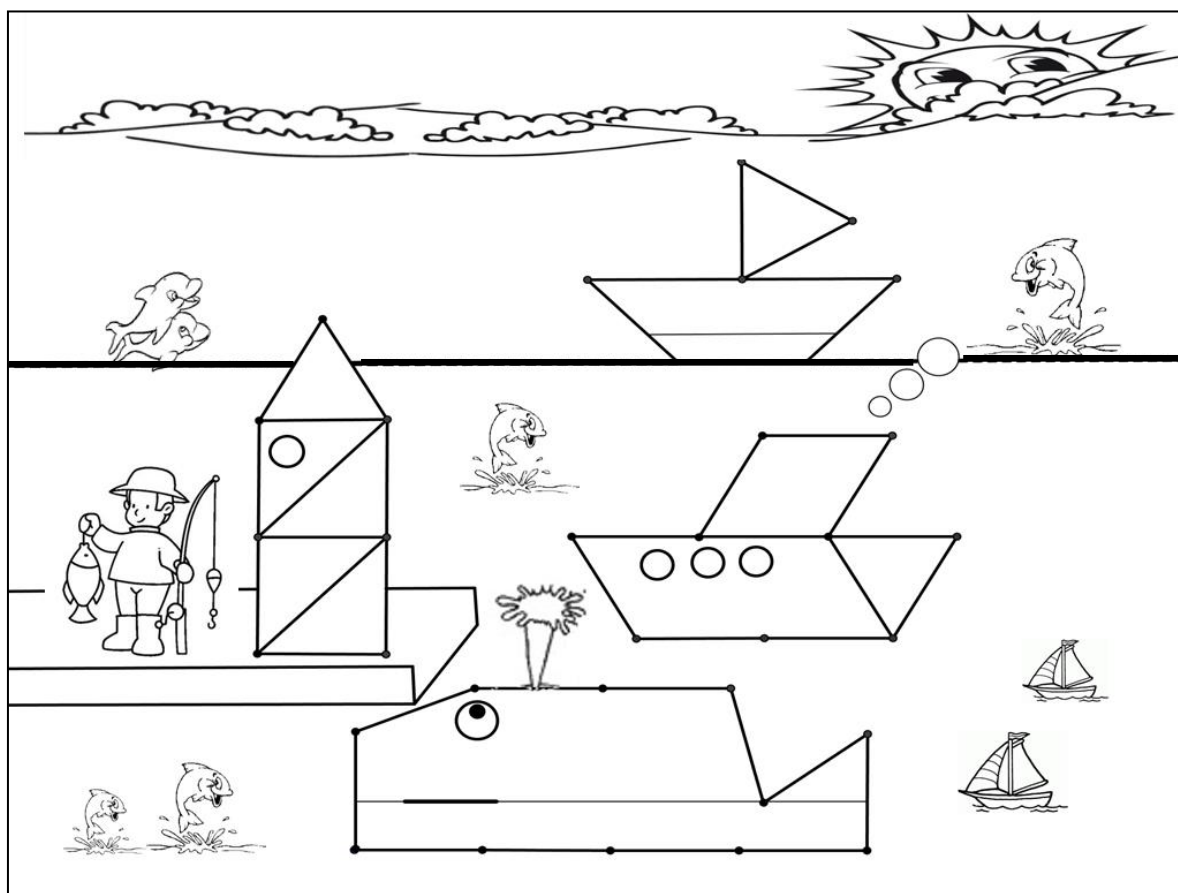


Nota aclaratoria: En los siguientes juegos, no se realizará una descripción detallada de lo cada uno plantea, puesto que en ellos se presenta una breve explicación, que permite la comprensión del trabajo que debe efectuar el estudiante en su ejecución

Fosforolandia, un mar de diversión

Materiales: Una copia de alguna ilustración que destaque en sus figuras diferentes tipos de líneas rectas y lápices de colores.

- Utilice fósforos para construir las figuras que se detallan en la siguiente ilustración (Anexo 14). Luego determine la cantidad de fósforos que se requieren en la construcción de cada diseño.

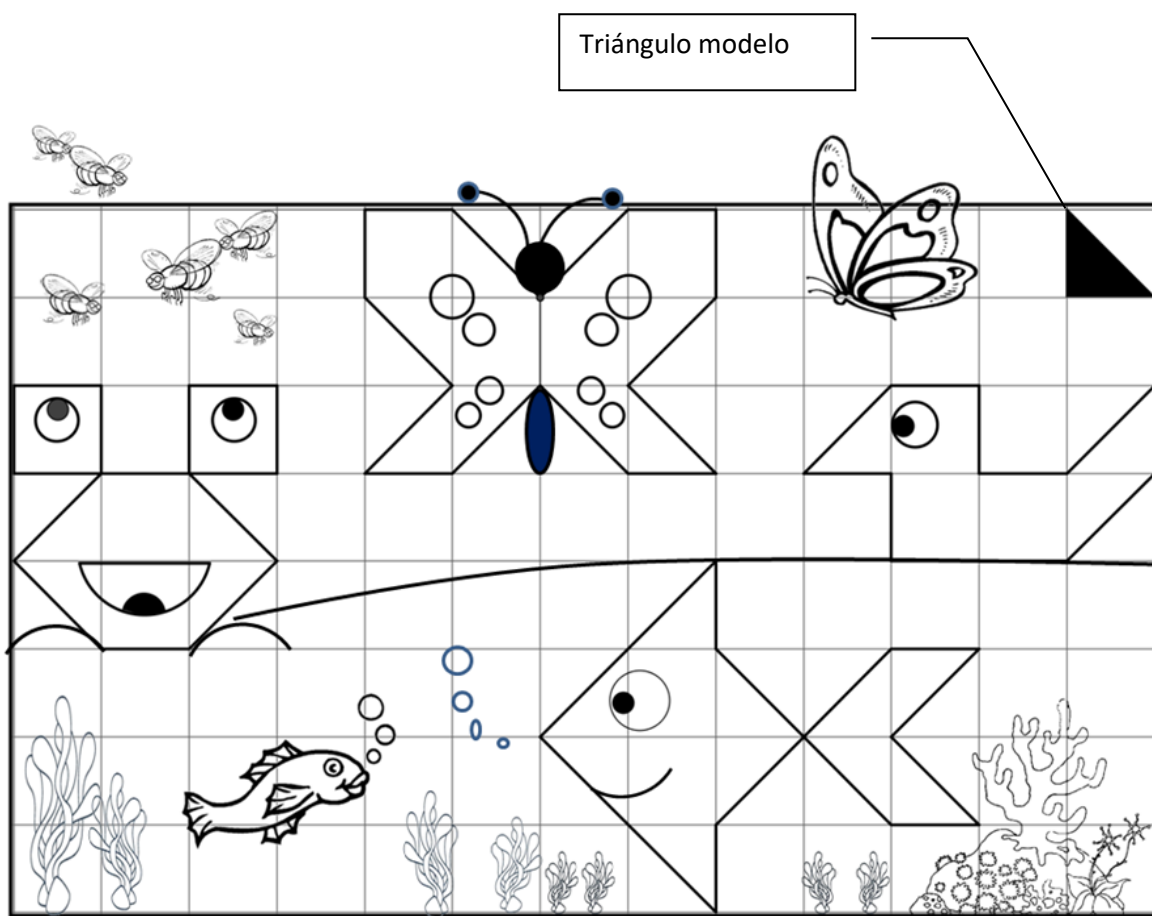




Triángulos y más triángulos

Materiales: Una copia de alguna ilustración elaborada a partir de una cuadrícula, un triángulo rectángulo (modelo) construido en cartulina; para construir el triángulo corte sobre la diagonal algún cuadrado de la cuadrícula, y lápices de colores.

- Utilice el triángulo que se presenta como modelo (Anexo 15), para determinar la cantidad de estos triángulos que se necesitan para formar los animalitos (mariposa, rana, pato y pecesito) destacados en la siguiente ilustración.



Sugerencia: El docente proporciona una ilustración en cuadrícula y un triángulo modelo construido en cartón para que el estudiante lo pueda manipular y superponerlo en distinta posición, sobre cada una de las figuras destacadas en la respectiva ilustración.

El triángulo dado como modelo debe mantener la misma proporción que la cuadrícula utilizada.



Observo, pienso y planteo mis propios problemas

Materiales: Dibujos o ilustraciones con elementos llamativos para los estudiantes.

- La siguiente actividad tiene como objetivo aprovechar ilustraciones que reflejan las vivencias sobre situaciones que vive la comunidad estudiantil, para solicitar a los estudiantes la redacción de problemas. Las ilustraciones que se presentan podrían ser sustituidas por otras que tenga en su poder el docente, de manera que le permitan despertar el interés de sus estudiantes.
- El docente proporciona algunas ilustraciones ([Anexo 16](#)) y solicita a los estudiantes que luego de observar con detalle, redacten al menos un problema que guarde relación con lo que la ilustración y que utilice para su solución una o varias de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación o división).







Construcción de un modelo para el estudio de la clasificación de ángulos según su medida

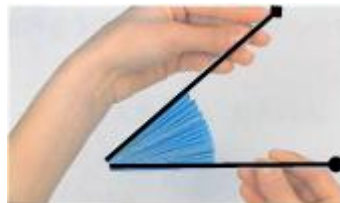
Materiales: Tres papeles cuadrados, 2 pajillas o palillos de bambú, goma y cinta (Masking tape)

Construcción:

- Doble cada uno de los papeles en forma de abanico, de 1 cm de ancho cada doblez.
- Doble a la mitad cada abanico y luego pegue cada uno de ellos hasta lograr obtener un modelo como el que se muestra a continuación:



- Pegue la cinta en cada pajilla, luego pegue el borde del abanico a las pajillas tal y como se muestra en la siguiente figura:



- Actividades que se pueden medir con ayuda del modelo.
 - a) Los estudiantes pueden utilizar el modelo para jugar entre ellos y construir ángulos de diferente medida (agudos, rectos y obtusos). Lo importante es el proceso de interacción que establece el docente con el modelo, mediante preguntas que permitan el establecimiento de conjeturas.



- b) Es fundamental que al manipular el modelo el estudiante, en forma individual, escriba en su cuaderno lo que va descubriendo. Por ejemplo, podría escribir aspectos tales como: cuando el modelo está “un poco abierto” el ángulo que se forma es agudo, si está abierto hasta la mitad se observan dos ángulos rectos, si se abre por completo se visualizan 4 ángulos rectos. El estudiante podrá establecer otras conjeturas las cuales podrán no ser válidas, no obstante, lo fundamental es el propiciar espacios para el análisis y el descubrimiento.



Sugerencia: Para despertar el pensamiento creativo de los niños y de las niñas, es fundamental esperar y escuchar las opiniones de éstos. Se sugiere al docente “no dar pistas”, permitir que sea el estudiante el que piense con respecto a la situación propuesta.



Identificación de segmentos paralelos y segmentos perpendiculares, a partir de un mapa de un sector de la ciudad

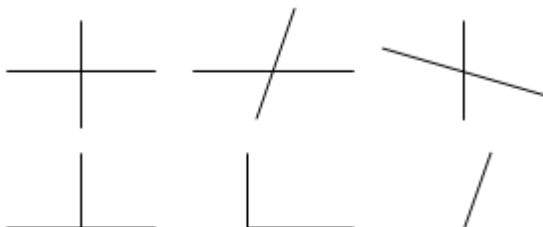
Materiales: Un mapa de un sector de la ciudad, lápiz y una regla.

- Para el desarrollo de la actividad, se les proporciona a los estudiantes un mapa de un sector de la ciudad (Anexo 17), con el fin de que lo observen y externen libremente sus comentarios. Por medio de preguntas simples se propicia el diálogo, la observación de las calles y las líneas que se intersecan en el respectivo mapa.
- El objetivo de la actividad consiste en la identificación de segmentos paralelos, segmentos perpendiculares y segmentos que al cruzarse forman ángulos que no son rectos, a partir de ilustraciones que representan situaciones del entorno.
- El docente solicita a los estudiantes que:

a) Observen el mapa que se presenta.



b) Identifique en el mapa las calles que tienen la forma de las líneas que se muestran a continuación:





Nota: En este proceso de búsqueda, el docente es un guía, se sugiere que estimule de forma positiva los logros obtenidos por los niños y las niñas mediante frases o gestos alentadores. Es vital que los estudiantes observen detenidamente y compartan entre sí los logros obtenidos.

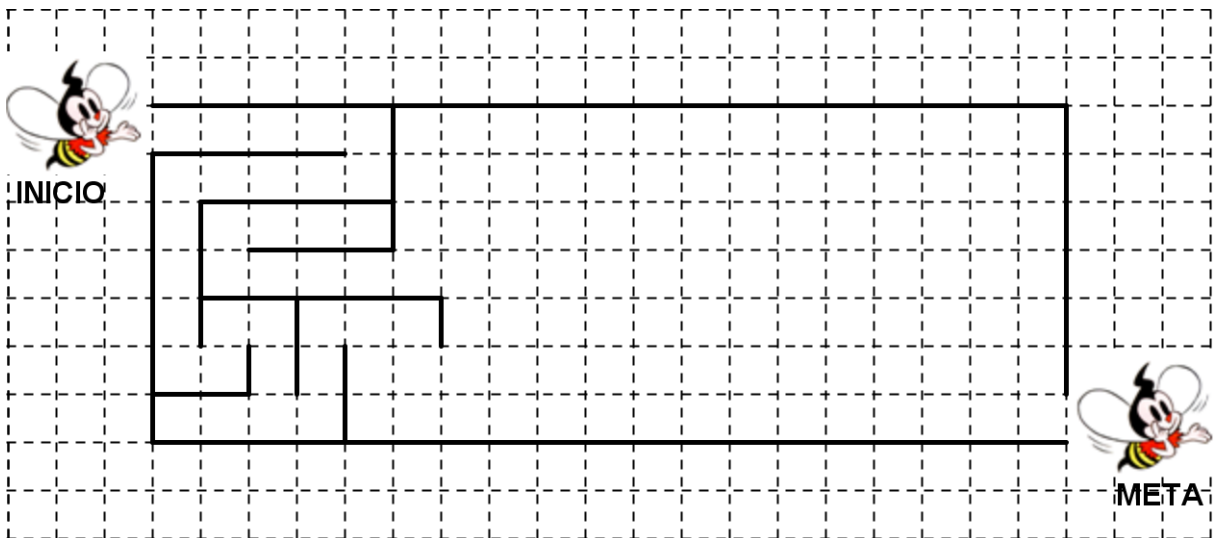
Si los estudiantes no descubren por sí solos que al rotar el mapa se logran visualizar más líneas correspondientes a la búsqueda, el docente lo podría sugerir. En el proceso de mediación, se sugiere al docente pegar un mapa de un tamaño “más grande” en la pizarra y disponer de las representaciones de las líneas en papel cartón, para confirmar el trabajo que los estudiantes realizaron y brindar información clara sobre lo solicitado.

Cabe destacar que las líneas identificadas como corresponden a segmentos perpendiculares.



Actividad complementaria

El docente proporciona al estudiante un laberinto construido a partir de una cuadrícula (Anexo 18) y solicita a los estudiantes que completen el caminito que podría seguir la abejita para salir del bosque. De indicarles que, en la construcción de ese caminito, solamente pueden trazar segmentos paralelos o perpendiculares.





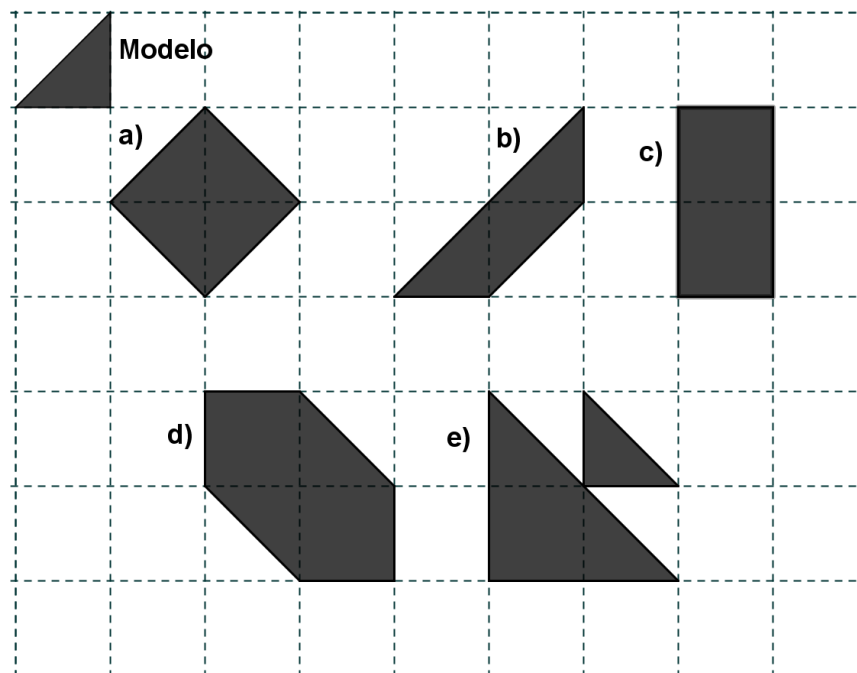
Comprensión del concepto de superficie

El objetivo de la actividad es utilizar la composición y descomposición de figuras geométricas para orientar al estudiante en la comprensión del concepto de superficie. Para el desarrollo de la actividad, el docente proporciona a los estudiantes una hoja de trabajo (Anexo 19), en la que se presenta dos ejercicios para que el estudiante en forma individual los realice.

Materiales: Una cuadrícula con diferentes figuras geométricas elaboradas a partir de un triángulo considerado como modelo, lápiz, regla y lápices de colores.

Los ejercicios son los siguientes:

- a) A continuación se presenta una cuadrícula en la que se destacan 5 figuras y un triángulo considerado como Modelo.



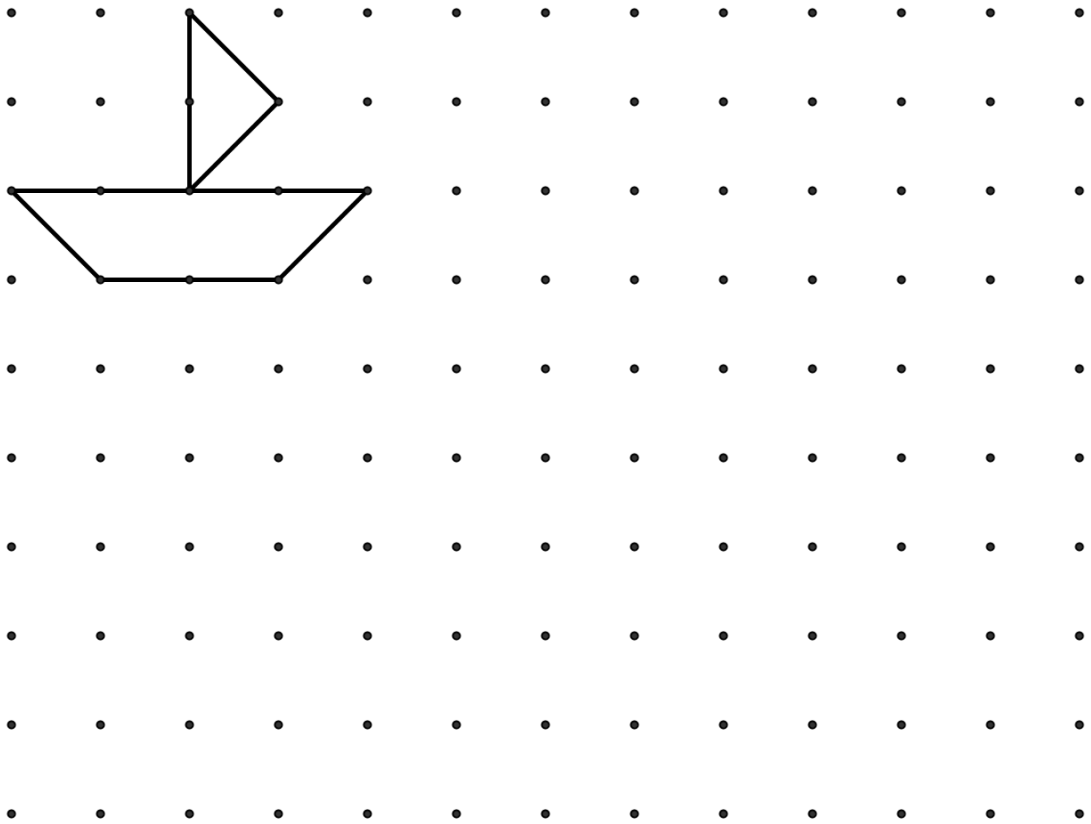
De acuerdo con lo que se destaca en la cuadrícula anterior y tomando como referencia el **triángulo modelo**, determine:

- ¿Cuál de las figuras está formada por 5 de esos triángulos?
- ¿Cuál está formada por la menor cantidad de triángulos?
- Si se trasladan 2 de los triángulos que forman la figura a), ¿cuál de las otras figuras se formaría?



b) A continuación se presenta una ilustración elaborada a partir del trazo de segmentos construidos sobre una serie de puntos. (Nota: En esta actividad se sugiere el uso de regla para realizar los trazos)

- Utilice el espacio respectivo y dibuje una figura como la que se muestra en el modelo (un barco).
- Dibuje otra figura empleando dos o más figuras geométricas diferentes a las utilizadas en la ilustración.



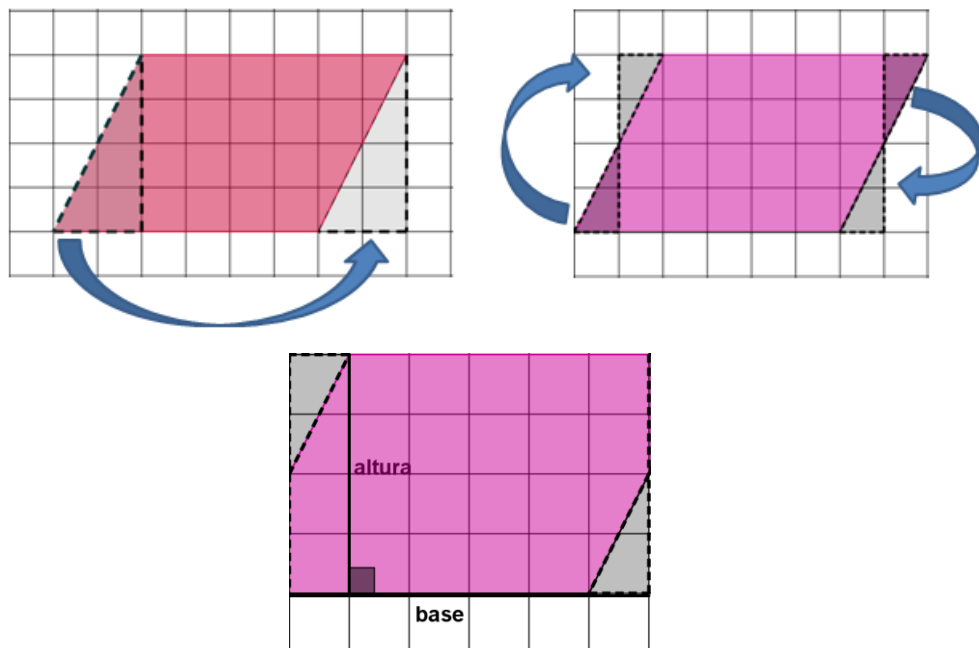


Ejercicios de aplicación asociados con la construcción de fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros

Materiales: Figuras geométricas (triángulo, romboide, trapecio y rombo) construidas a partir de una cuadrícula, tijeras, regla, lápiz, lápices de colores y goma.

- El objetivo de la actividad consiste en utilizar la descomposición de figuras (triángulo, romboide, trapecio y rombo) en la composición de rectángulos, como una estrategia en la elaboración de las fórmulas para el cálculo del área de cuadriláteros y triángulos, a partir de la fórmula del área del rectángulo.
- Previo al trabajo de estas actividades, el docente tuvo que haber abordado una estrategia para la construcción de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo. En todos los casos se trabajará a partir de un rectángulo de 6x4.
- El docente entrega a los estudiantes (de una en una) figuras geométricas construidas a partir de una cuadrícula ([Anexo 20](#)), y les solicita que piensen una estrategia que les permita determinar el área de esa figura, a partir de la descomposición de sus partes para componer con ellas un rectángulo. Puede sugerir el conteo de cuadritos, el recortar, doblar o completar partes de la figura.

Por ejemplo, la primera figura con la que se trabajará es el romboide. Entre las estrategias que se espera utilice el estudiante para formar con sus partes un rectángulo está la de recortar y trasladar. También podría sustituir el tener que recortar por dibujar, con el fin de completar esa parte de la figura y luego descartar la parte que copió:





Cuando el estudiante logra componer el rectángulo a partir del romboide, comprueba que la longitud de la base del rectángulo construido es equivalente a la del romboide (6 cuadritos). La misma conclusión logra obtener con respecto a la medida de la altura (4 cuadritos). En este proceso de construcción es fundamental que el docente formule preguntas como: ¿cómo calcular el área este rectángulo?, ¿podemos afirmar que el área del romboide es equivalente a la del rectángulo? ¿por qué?

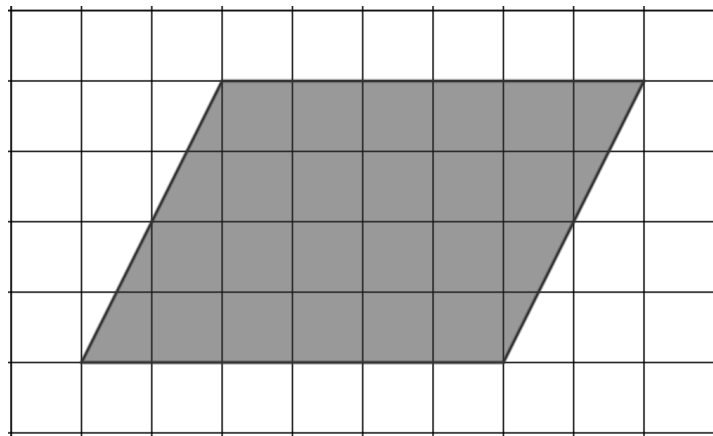
Es vital que el estudiante compruebe el principio de conservación del área, dado que al descomponer la figura, su forma cambia pero el área se mantiene.

A partir de este proceso de construcción se deduce la fórmula para el cálculo del área del romboide (base x altura).

- Utilizando la misma estrategia, se orienta el trabajo para la construcción de las fórmulas para el cálculo del área del triángulo, trapecio y rombo.

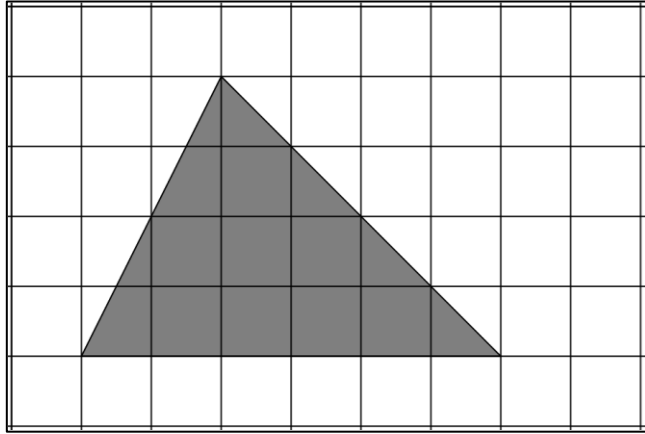
Sugerencia: Tener presente que es necesario que antes de todo este proceso de construcción, el docente haya acompañado a los estudiantes en el proceso de construcción de la fórmula para el cálculo del área del rectángulo. A su vez haya orientado el proceso en la comprensión de los conceptos de base y altura, considerando que la altura es un segmento perpendicular a la base.

- Como esta metodología, se trabajan las siguientes actividades:
- Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **romboide**, piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura.



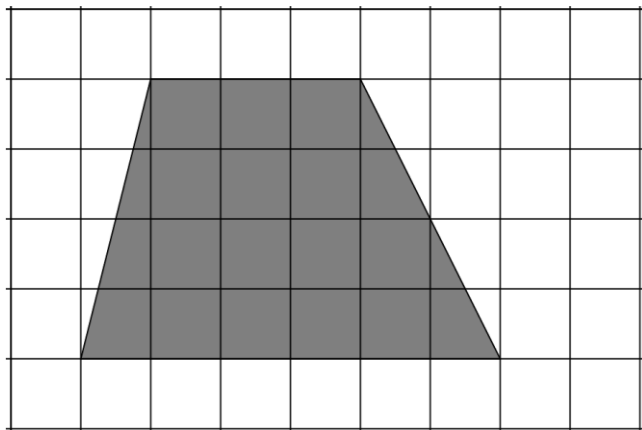


- Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **triángulo**, piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura.



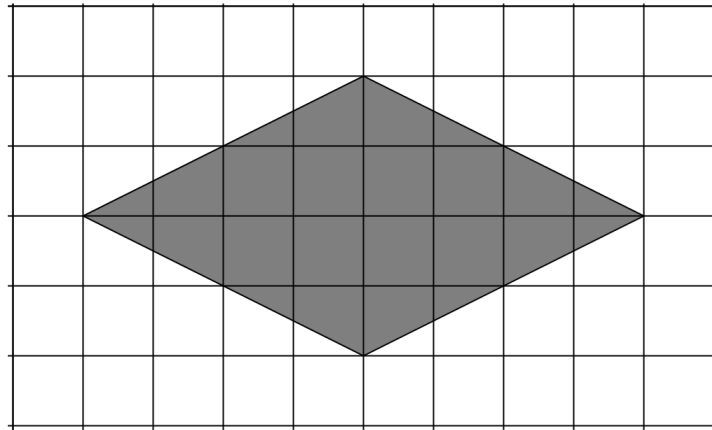
NOTA: Es importante enseñar el concepto de **altura** en un triángulo, que corresponde al **segmento perpendicular** a la base (o a su prolongación). Cualquier lado del triángulo puede ser considerado como base.

- Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **trapecio**, piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura.





- Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **rombo**, piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura.



Sugerencia: Es muy importante valorar el proceso que realizan los estudiantes para calcular el área de una figura geométrica sin tener la fórmula, **antes** de que el docente se la enseñe. En una primera etapa, se debe orientar el trabajo del alumno en actividades manipulativas que involucren el cortar y trasladar figuras, dibujar hasta completar con otra figura ya conocida.

En una segunda etapa y a partir de conocimientos ya adquiridos, mediante preguntas orientadoras que realiza el docente, el estudiante logrará deducir la fórmula correspondiente a partir de la construcción experimental.

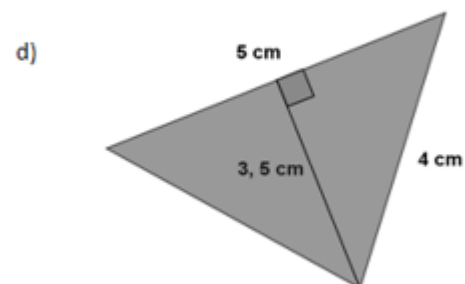
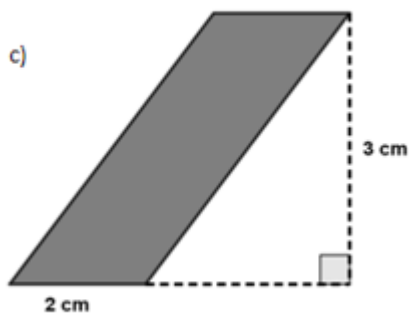
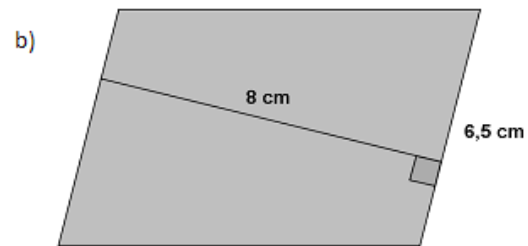
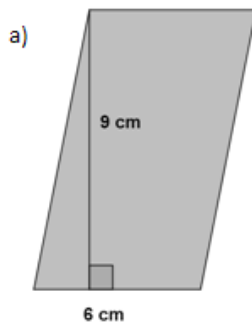


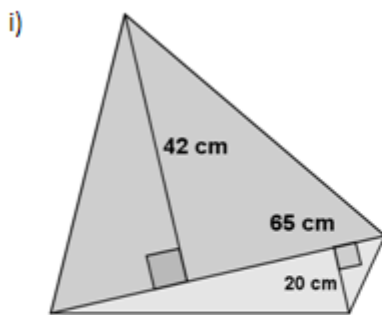
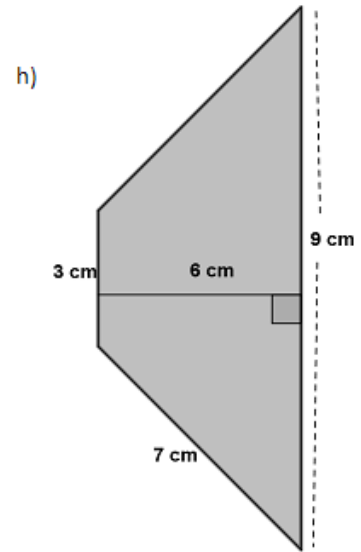
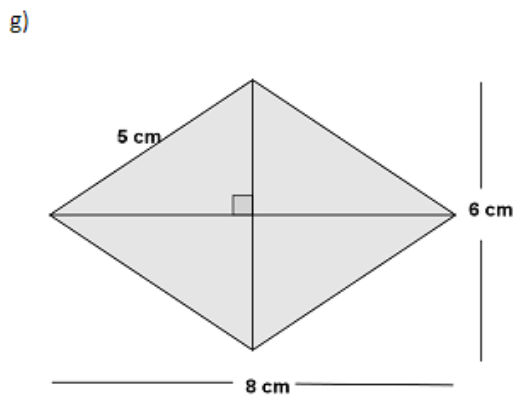
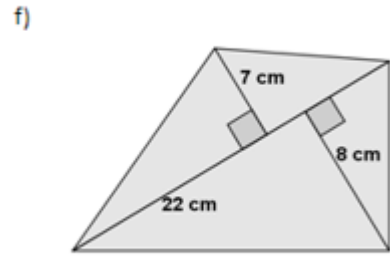
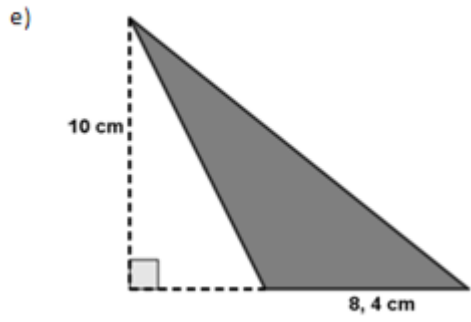
Ejercicios de aplicación de fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros

Materiales: Un ficha de trabajo por cada estudiante.

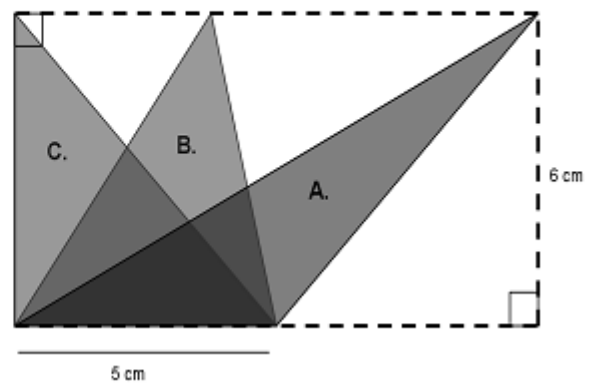
- Esta es una actividad cuyo objetivo es la utilización de las fórmulas para el cálculo de diferentes figuras. El docente proporcionará una copia de la ficha de trabajo ([Anexo 21](#)), puede sugerir que el trabajo lo realicen los estudiantes en forma individual o en subgrupos. Al finalizar se requiere la socialización del procedimiento de resolución utilizado por los estudiantes.
- La ficha de trabajo destaca los ejercicios que seguidamente se presentan:

Calcule el área de las siguientes figuras geométricas, las figuras no están dibujados a escala.





j) Calcule el área de cada uno de los triángulos (A, B y C) de la figura.





Sugerencia: Cada uno de los ejercicios requiere de la observación detallada, pero es importante que el docente dedique su tiempo en analizar el ejercicio j) con los estudiantes. De no centrarse la atención en que los tres triángulos de esta figura comparten la misma base y en que la altura de cada uno es congruente con la altura del rectángulo destacada con un trazo de línea discontinuo, podría interpretarse de manera incorrecta. Tanto el triángulo A, como el B y el C tienen como área 15 cm^2

Construcción de la fórmula para calcular el área del círculo

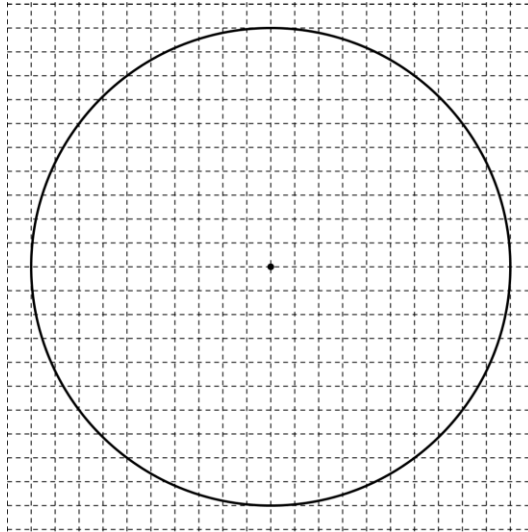
Materiales: Tres hojas de papel (una cuadrículada y dos blancas), un Compás, una regla, una escuadra, lápices de colores y una tijera.

- Las actividades que se presentan en este apartado, tienen como objetivo la deducción de la fórmula para el cálculo del área del círculo. Son actividades que requieren de un trabajo guiado por parte del docente, en un primer momento se presenta una actividad que debe desarrollarse en papel cuadrículado para que, luego del trazo del círculo, el estudiante proceda a contar la cantidad de cuadritos que ocupa un cuadrante de la figura. Luego tendrá que deducir el área de la figura completa. Las otras dos actividades utilizan polígonos regulares inscritos en una circunferencia, a partir de ellos y mediante un proceso dirigido por el docente, el estudiante deducirá el área del círculo.
- El docente orienta paso a paso las construcciones que el estudiante tendrá que ir elaborando. Al finalizar la construcción, se sugiere establecer un diálogo con los alumnos con el fin de determinar la comprensión de los conceptos por parte de ellos.
- Los ejercicios de construcción son los siguientes: (Nota: En todos los casos recuerde a los estudiantes que se va a trabajar con un círculo cuyo radio equivale a 10 cuadritos, en donde cada cuadrito se va a considerar con una longitud de 1 cm de lado)

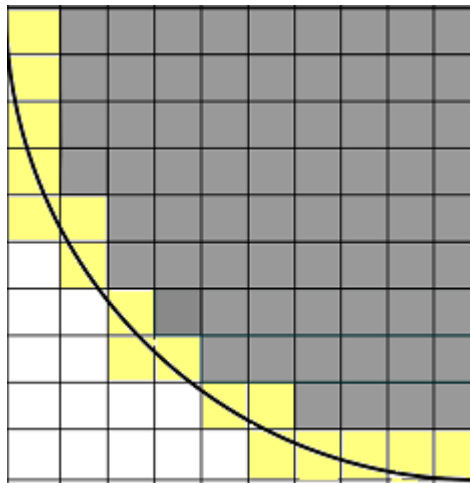
Construcciones

Ejercicio de construcción 1

- En la hoja cuadrículada ([Anexo 22](#)), trace un círculo cuyo radio tenga una longitud equivalente a 10 cuadritos.



- Seleccione uno de los cuadrantes del círculo y utilice un color oscuro para destacar aquellos cuadritos completos que cubren el interior del círculo y un color claro para resaltar aquellos cuadritos en los que una parte queda en el interior y otra en el exterior de ese cuadrante del círculo. (Ver la siguiente figura)



- A partir de esta figura, cuente y anote la cantidad de cuadritos que se destacan según la intensidad del color (oscuro o claro): (Considere cada cuadrito con una longitud equivalente a **1 cm** de lado)

Cantidad de cuadritos oscuros: _____ (cm²)

Cantidad de cuadritos claros: _____ (cm²)

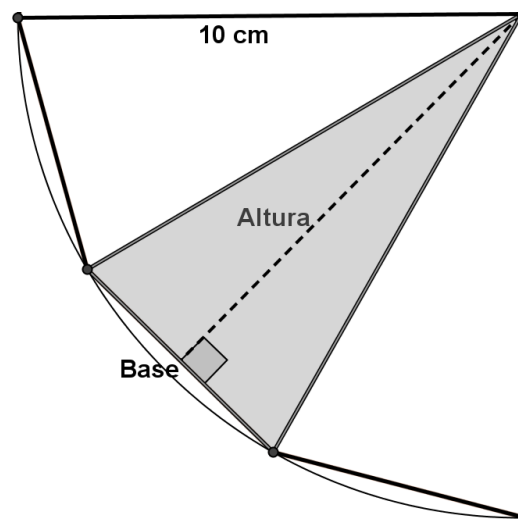
Aproxime la cantidad de cuadritos claros que se necesitarían para completar el interior del círculo: _____ (cm²)



- ¿Cuál es el área (en cm^2) de ese cuadrante del círculo?
- Piense en los cálculos que se deben realizar para determinar el área aproximada, en cm^2 , de todo ese círculo. Realice los cálculos y determine el área aproximada, en cm^2 , del círculo.

Ejercicio de construcción 2

- Otra forma que permite determinar el área aproximada del círculo es a partir de un polígono regular de doce lados.
- Seleccione un cuadrante del polígono regular de 12 lados que se le presenta (Anexo 23) y en uno de los triángulos que se destacan, trace una altura que corresponda a uno de los lados del polígono. (Note que el polígono está inscrito en una circunferencia cuyo radio equivale a 10 cuadritos)



- Como se pretende calcular una medida aproximada del área del círculo, se procederá a determinar el área del triángulo destacado en ese cuadrante, por lo que se necesita obtener la medida aproximada de la base y de la altura.
 - a) La medida de la altura del triángulo se va considerar equivalente a la del radio, esto es, igual a 10 cm.
 - b) La medida aproximada de la base, será considerada equivalente a la longitud del arco comprendido en la circunferencia, esto es:
 - Longitud de la circunferencia ($C = 2 \pi r$): $2 \times \pi \times 10 \text{ cm} = 62,8 \text{ cm}$ (aprox)
 - Longitud del arco:
(Longitud de la circunferencia \div 12) = $62,8 \text{ cm} \div 12 = 5,2 \text{ cm}$ (aprox)

Base (aprox): 5,2 cm



c) Área del triángulo $[(\text{base} \times \text{altura}) \div 2] = (5,2 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}) \div 2 = 26 \text{ cm}^2$ (aprox)

- El área del triángulo se va considerar equivalente al área de ese sector de la circular. Para obtener el área de todo el círculo, basta con multiplicar por 12 el área del respectivo triángulo.
- Área aproximada del círculo (Área del triángulo sombreado $\times 12$):
 $26 \text{ cm}^2 \times 12 = 312 \text{ cm}^2$ (aprox)

Sugerencia: Es importante que el docente indique a los estudiantes que, con este procedimiento, se logra determinar una aproximación del área del círculo circunscrito al polígono regular, por lo que las medidas consideradas para la base y la altura del triángulo, constituyen valores aproximados.

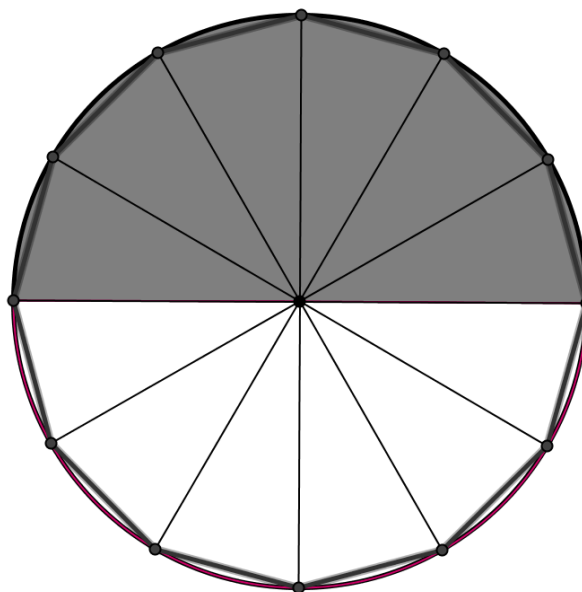
Por otra parte, se sugiere destacar que a mayor cantidad de lados del polígono que se construya, se podrá obtener una mejor aproximación del área del círculo.

Ejercicio de construcción 3

- Los ejercicios de construcción planteados anteriormente, permiten que los estudiantes trabajen en la elaboración, de forma intuitiva, de la fórmula para el cálculo del área del círculo. Otra forma que permite determinar el área aproximada del círculo es a partir de un polígono regular de doce lados.

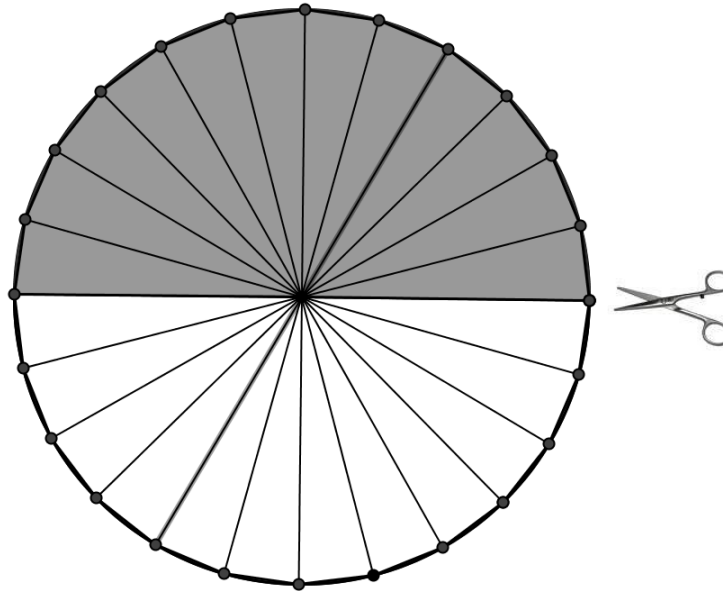
Otra estrategia para deducir la fórmula que permite calcular el área de un círculo, es la siguiente.

- Construya un polígono regular de doce lados inscrito en una circunferencia de radio r (para efectos de construcción considere $r = 10 \text{ cm}$).
- Coloree de un color una mitad del polígono y de un color diferente la otra parte, como se muestra en la siguiente figura:

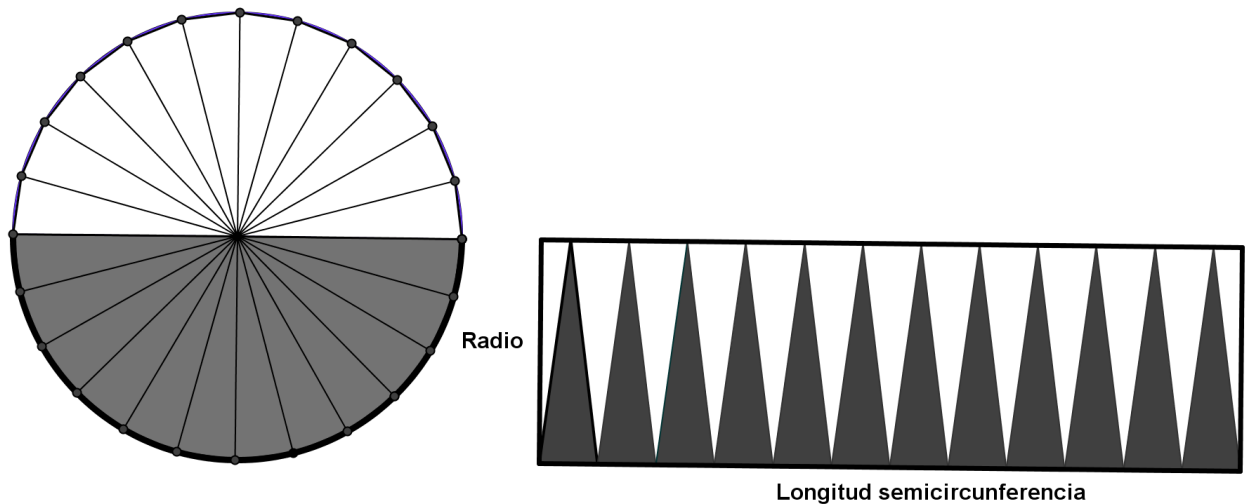




- A partir de este polígono y con el mismo radio, construya un polígono regular de 24 lados, como se muestra a continuación:



- Recorte por uno de los diámetros el círculo, de tal manera que se obtengan dos semicírculos, uno destacado con color oscuro y el otro con color claro.
- Sobre los radios trazados e iniciando del punto central hacia la circunferencia, recorte (**no totalmente**) cada semicírculo, de tal manera que permanezcan todas las partes unidas del borde de la circunferencia y queden los dos semicírculos abiertos.
- Con los semicírculos abiertos, encaje uno sobre el otro de tal manera que se forme un rectángulo, como se muestra en la figura:



- Observe que el rectángulo fue construido a partir del círculo, ambas figuras tendrán la misma área.
- Analice el razonamiento que se detalla para determinar el área aproximada de este rectángulo:
 - a) Base = Longitud de la **semicircunferencia**
 = Longitud de la circunferencia $\div 2$
 = $(2 \times \pi \times \text{Radio}) \div 2$
 = $\pi \times \text{Radio}$
 - b) Altura = Radio
 - c) Área = Base \times Altura
 = $\pi \times \text{Radio} \times \text{Radio}$
 = Radio \times Radio $\times \pi$
- Por lo tanto, en el **círculo** construido se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \text{Radio} \times \text{Radio} \times \pi \\ &= (\text{Radio})^2 \times \pi \end{aligned}$$

NOTA: Para orientar el trabajo de los estudiantes hasta lograr que ellos deduzcan la fórmula del área del círculo, es indispensable realizar la actividad varias veces, de tal manera que se vaya aumentando la cantidad de lados del polígono para obtener mayor exactitud en la construcción del “rectángulo” que se genera.

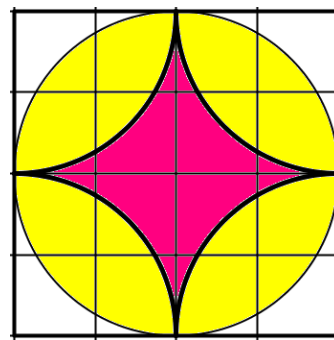
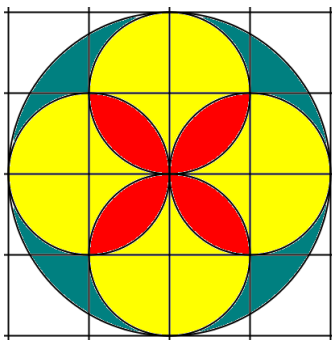


Actividad complementaria: Elaboración de un trompo circular

Materiales:

- Cartulina blanca.
- Un palillo de bambú
- Lápices de colores
- Tijeras

Construcción: Construya una figura como la que se muestra a continuación, en la construcción de los círculos considere un diámetro de 8 cm.



- Recorte la figura y elabore un trompo como se muestra seguidamente:



NOTA: Esta actividad permite reforzar en los estudiantes los conceptos asociados con el diámetro, el radio y sus relaciones en una circunferencia.



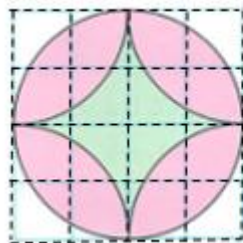
Construcción de un diseño formado por círculos, utilizando la cuadrícula y el compás

Nivel: Sexto grado

Indicaciones:

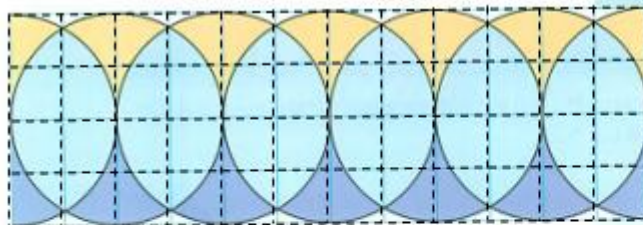
Para el desarrollo de esta actividad es importante disponer de papel cuadriculado, compás y lápices de colores. En la presentación del modelo se sugiera al maestro no enseñar una manera de dibujarlo, sino dar oportunidad a que los estudiantes descubran por sí mismos una forma de realizarlo.

- Utilice papel cuadriculado y el compás para elaborar un modelo como el siguiente, tenga presente dónde debe ubicar la punta del compás para iniciar el trazo.

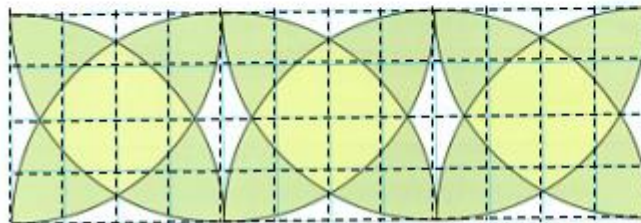


Modelo

- Dibuje estos dos modelos, utilice lápices de color para destacar las regiones que se encuentran sombreadas.

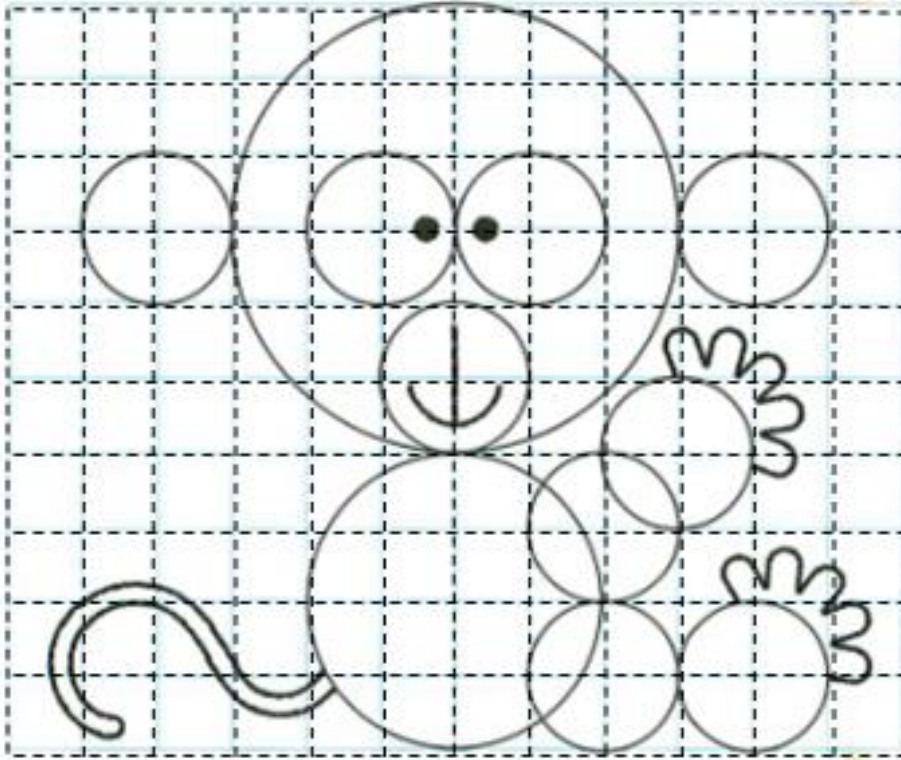


Papel
cuadriculado





- ¡Un último desafío! Utilice papel cuadriculado y dibuje algún animal cuyo diseño esté formado por círculos. Puede utilizar como referencia el modelo que se presenta.





III Parte: ANEXOS


Fichas de trabajo imprimibles para ser reproducidas
y entregadas a los(as) estudiantes



Anexo 1. Muchas parejas de diez



Encierre dos cantidades que forman el 10, las cantidades pueden estar ubicadas en forma horizontal, vertical o en diagonal.




Encierre dos cantidades que forman el 10

2	9	5	8	3
1	6	5	7	5
4	2	1	5	2
8	6	7	9	4
4	2	3	6	2

7	4	6	2	7
5	3	8	6	4
5	2	5	1	8
7	3	9	7	2
5	5	6	4	3



Encierre dos cantidades que forman el 10, las cantidades pueden estar ubicadas en forma horizontal, vertical o en diagonal.



Encierre dos cantidades que forman el 10

2	9	5	8	3
1	6	5	7	5
4	2	1	5	2
8	6	7	9	4
4	2	3	6	2

7	4	6	2	7
5	3	8	6	4
5	2	5	1	8
7	3	9	7	2
5	5	6	4	3



Anexo 2. ¡Una cuadrícula para mi saber!



+	9	1	4	8	2
6					
8					
4					
5					
3					



+	9	1	4	8	2
6					
8					
4					
5					
3					

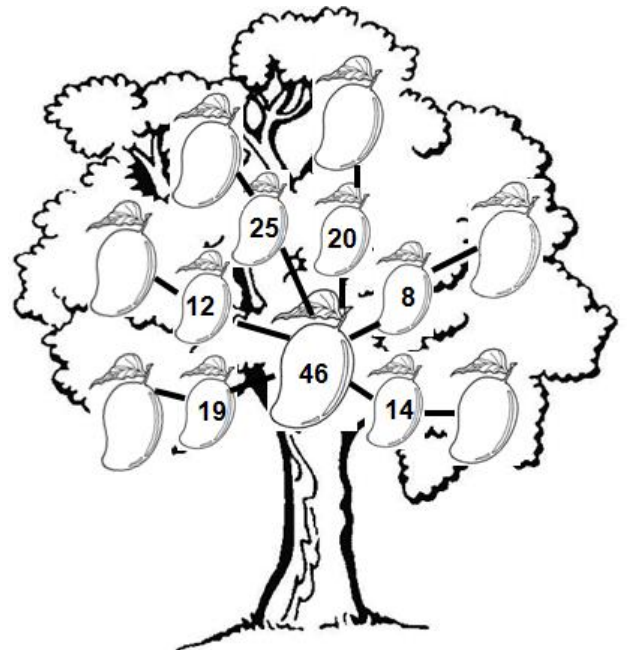
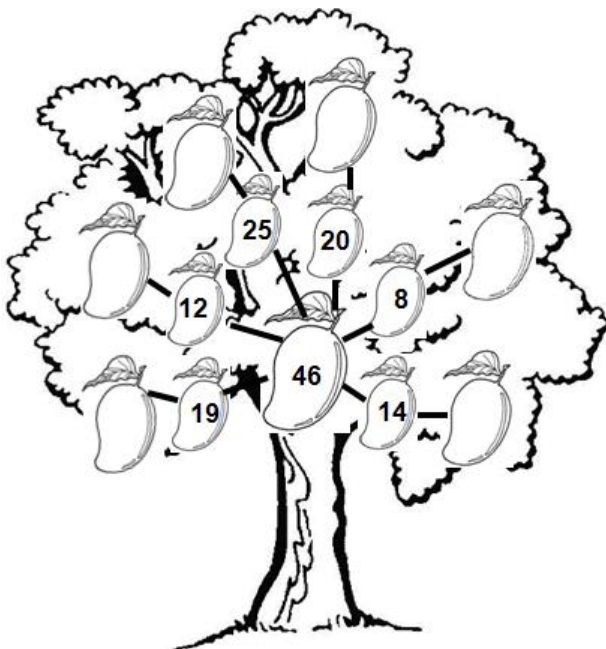
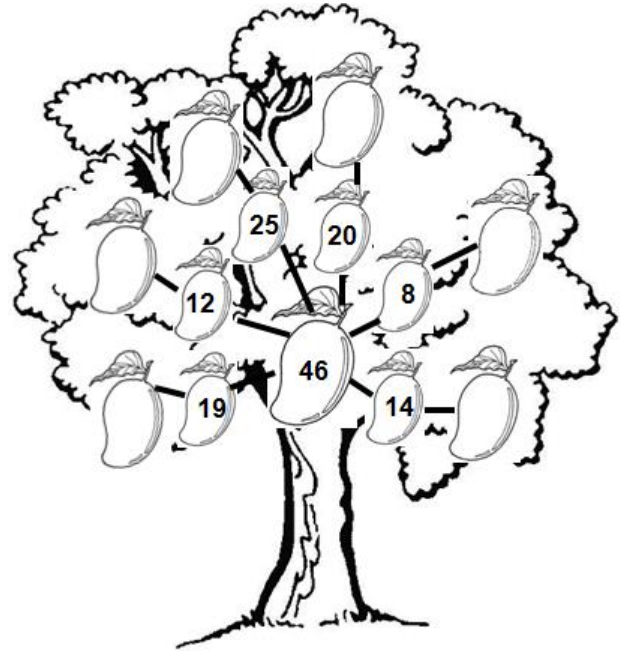
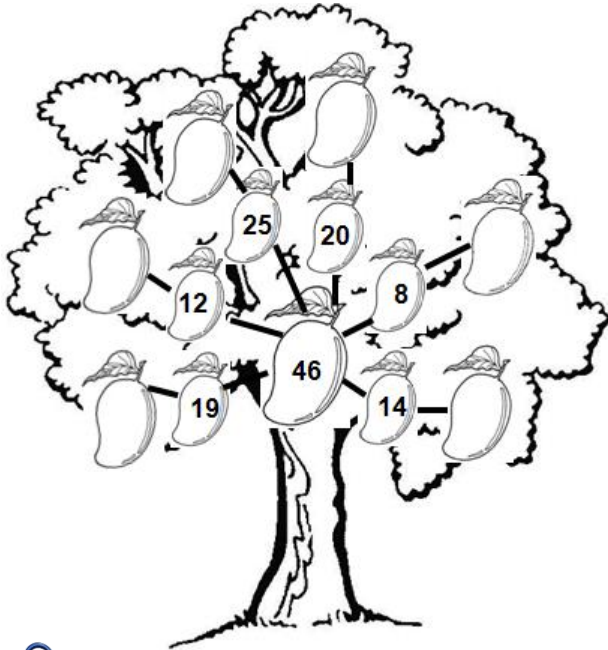
+	9	1	4	8	2
6					
8					
4					
5					
3					

+	9	1	4	8	2
6					
8					
4					
5					
3					



Anexo 3. ¡Sumo y resto mangos de la gran cosecha!

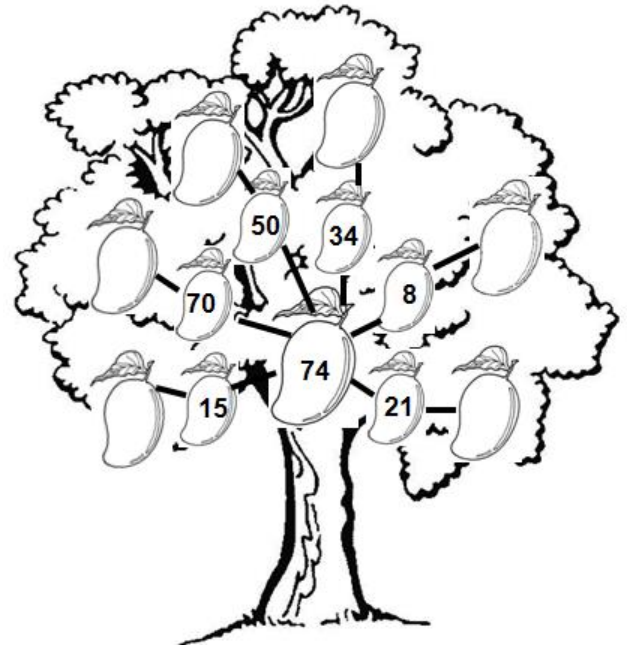
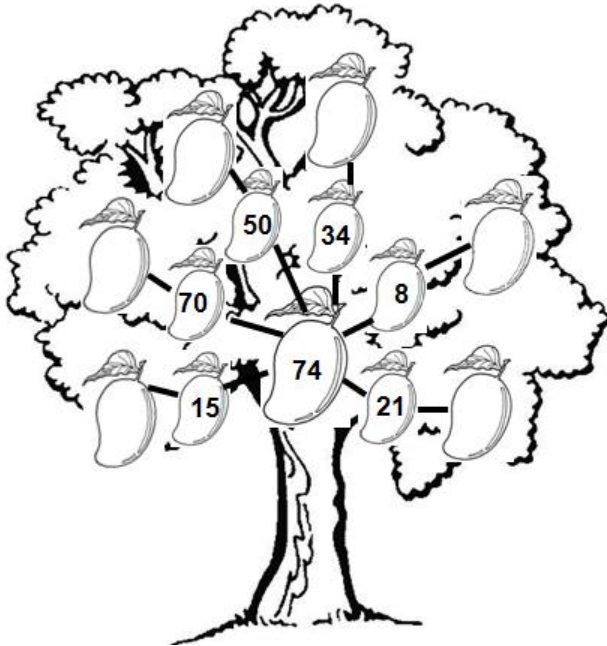
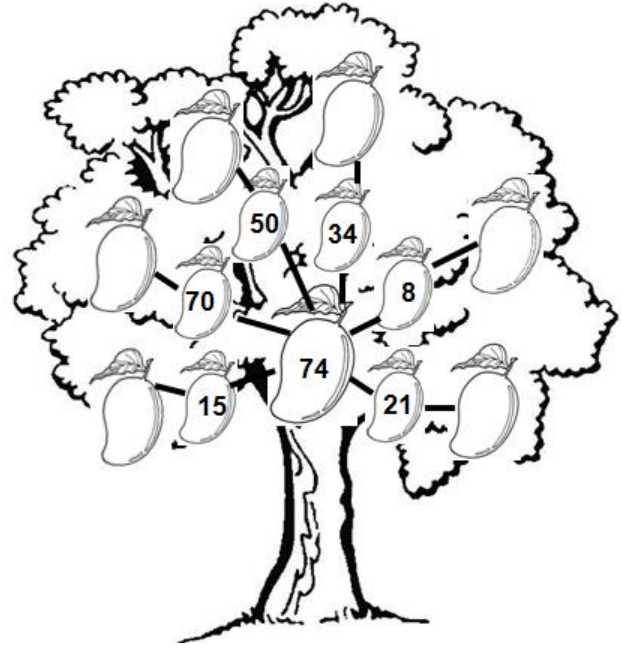
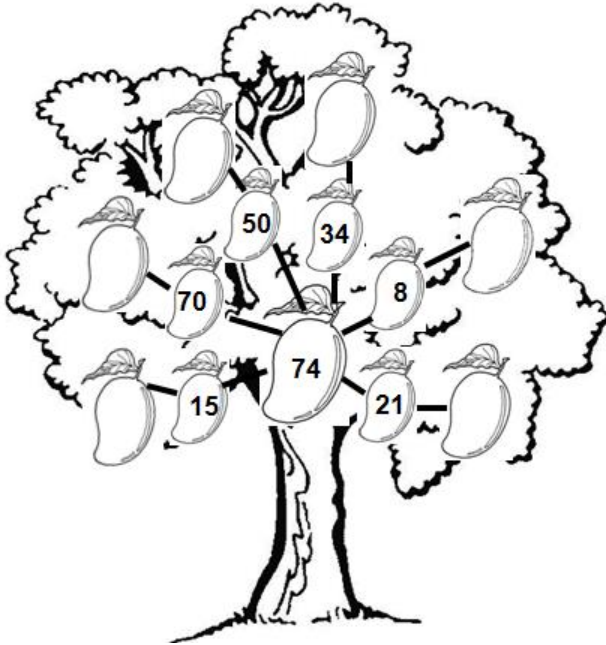
Arbolitos para las sumas





Anexo 4. ¡Resto mangos de la gran cosecha!

Arbolitos para las restas





Anexo 5. Sumitas y más sumitas

Tarjetas con sumas (Puede reproducir un juego por cada subgrupo de estudiantes)



$$1 + 1$$

$$1 + 2$$

$$1 + 3$$

$$1 + 4$$

$$1 + 5$$

$$1 + 6$$

$$1 + 7$$

$$1 + 8$$



$$1 + 9$$

$$2 + 1$$

$$2 + 2$$

$$2 + 3$$

$$2 + 4$$

$$2 + 5$$

$$2 + 5$$

$$2 + 7$$

$$2 + 8$$

$$3 + 1$$



$$2 + 8$$

$$3 + 1$$

$$3 + 2$$

$$3 + 3$$

$$3 + 4$$

$$3 + 5$$

$$3 + 6$$

$$3 + 7$$



$$5 + 3$$

$$5 + 4$$

$$4 + 3$$

$$4 + 4$$

$$4 + 5$$

$$4 + 6$$

$$5 + 1$$

$$5 + 2$$

$$4 + 1$$

$$4 + 2$$



$$5 + 5$$

$$6 + 1$$

$$6 + 2$$

$$6 + 4$$

$$7 + 1$$

$$7 + 2$$

$$7 + 3$$

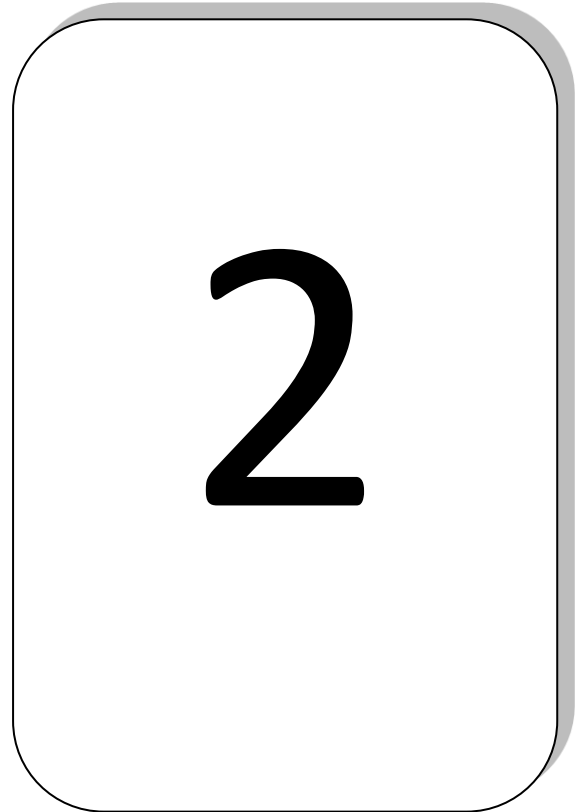
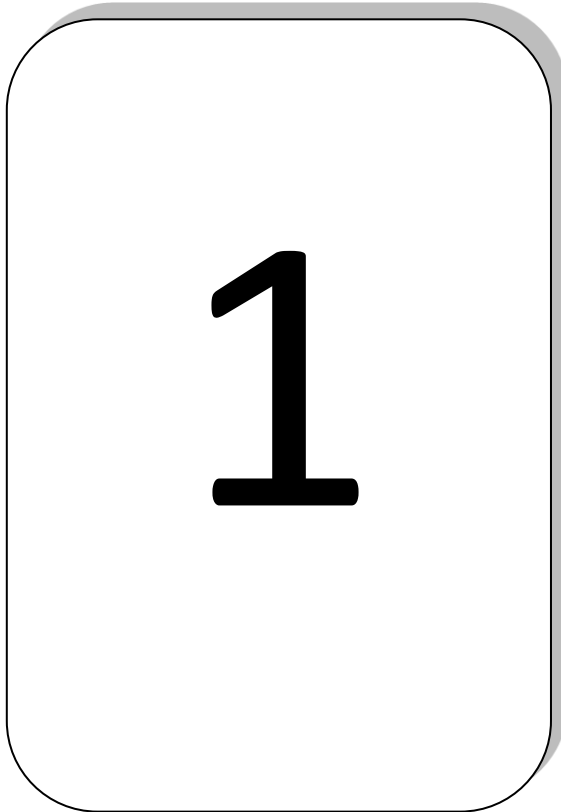
$$8 + 1$$

$$8 + 2$$

$$9 + 1$$



Anexo 6. Tarjetas con números





3

4

5

6



7

8

9

10



Anexo 7: Actividades complementarias: Para desarrollar el pensamiento del niño y fortalecer la observación.

- **Figura N° 1**

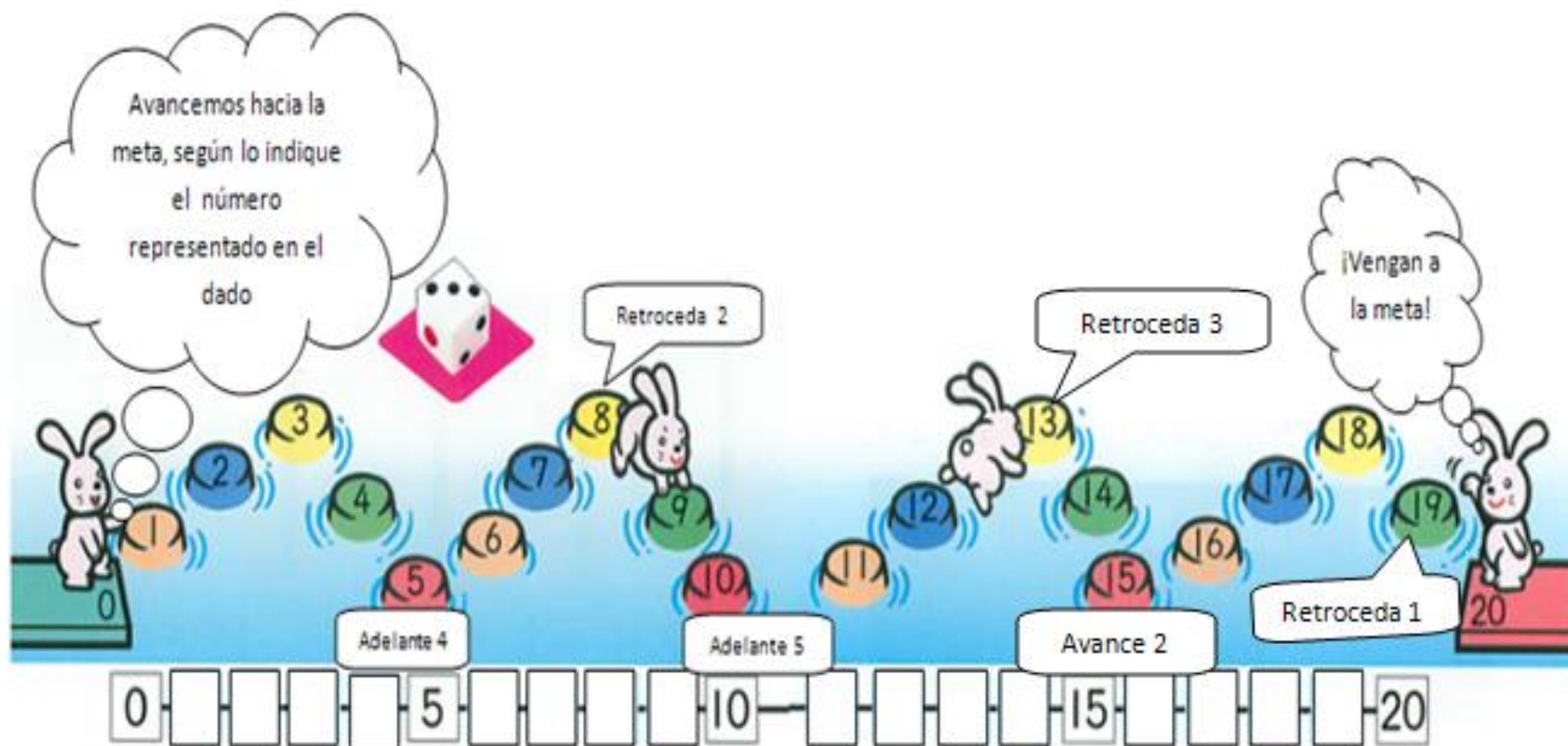


- **Figura N° 2**





Anexo 8. El conejo saltarín





Anexo 9. Multi-advino



Cartón del juego

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">8</td></tr> </table>	3			8	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">16</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">25</td></tr> </table>	16			25	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">72</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">72</td><td style="width: 20px;"></td></tr> </table>		72	72					
3																		
	8																	
16																		
	25																	
	72																	
72																		
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px; height: 40px;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">48</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">45</td><td style="text-align: center;">54</td><td style="width: 20px;"></td></tr> </table>		48		45	54		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px; height: 40px;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">24</td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">21</td><td style="text-align: center;">35</td></tr> </table>			24			21	35				
	48																	
45	54																	
	24																	
	21	35																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">12</td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">20</td><td style="width: 20px;"></td><td style="width: 20px;"></td></tr> </table>	12						20			<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="text-align: center;">30</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">36</td></tr> <tr><td style="text-align: center;"></td></tr> </table>	30	36		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40px; height: 40px;"> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">63</td></tr> <tr><td style="width: 20px;"></td><td style="text-align: center;">60</td></tr> </table>		63		60
12																		
20																		
30																		
36																		
	63																	
	60																	





3		16			72	
	8		25	72		
	48			24		
45	54			21		35
12			30			
			36			
20						63
					60	


3		16			72	
	8		25	72		
	48			24		
45	54			21		35
12			30			
			36			
20						63
					60	



Anexo 10. Archipiélago logioperativo.

Modelo del juego



Recorra cada isla, tenga en cuenta que el número que se anota en el cuadro blanco será utilizado en el cuadro  de la siguiente isla

INICIO

$10 \times 4 = \square$

$\square \times 2 = \square$

$\square \div 5 = \square$

$\square \div 4 = \square$

$\square \times 3 = \square$

$12 \div 6 = \square$

$\square \times 10 = \square$

$20 \div 5 = \square$

$4 \times 9 = \square$

$\square \div 6 = \square$

$\square \times 3 = \square$

META

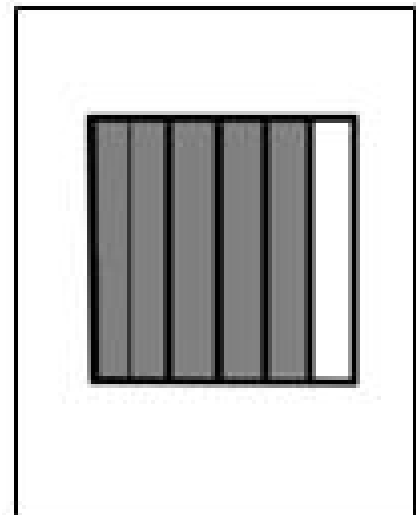
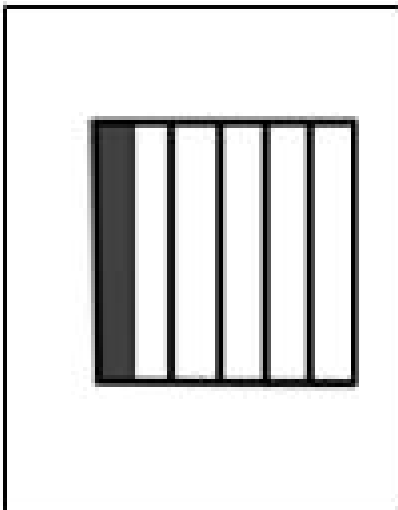
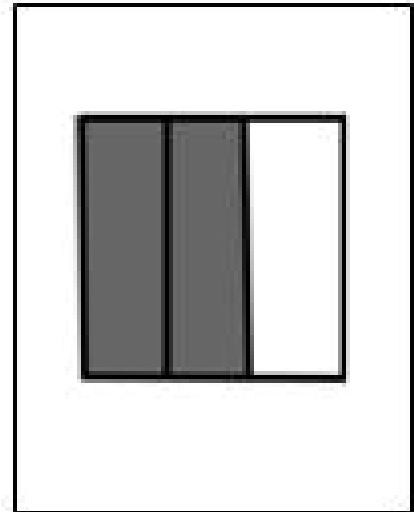
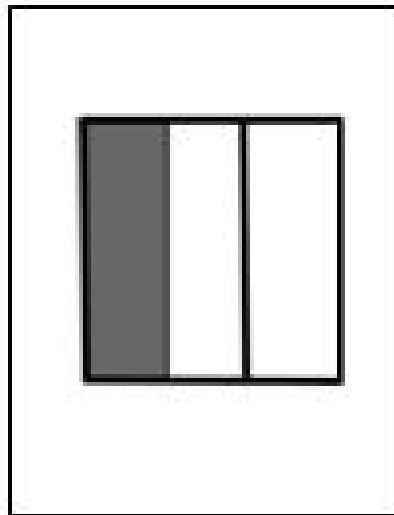
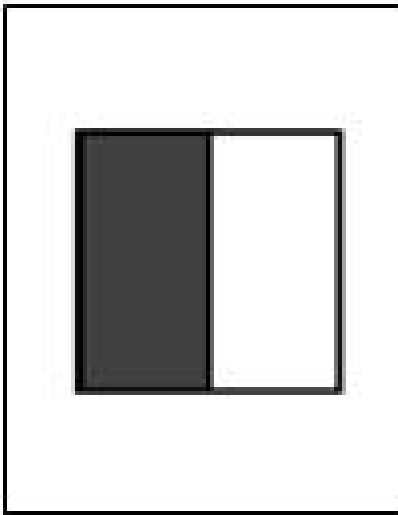
$\square \times 9 = \square$

$18 \div 2 = \square$



Anexo 11: Baraja de fracciones

Tarjetas con representaciones gráficas (reproducir 4 copias para obtener el juego con las 20 tarjetas)





Tarjetas con representaciones simbólicas (reproducir 4 copias para obtener el juego con las 20 tarjetas)



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

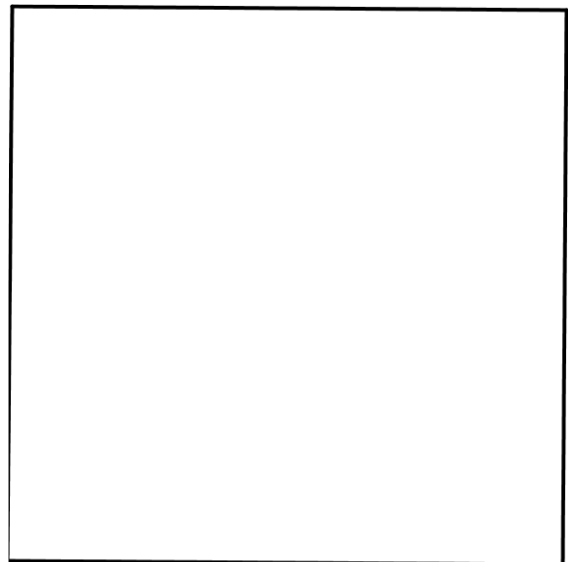
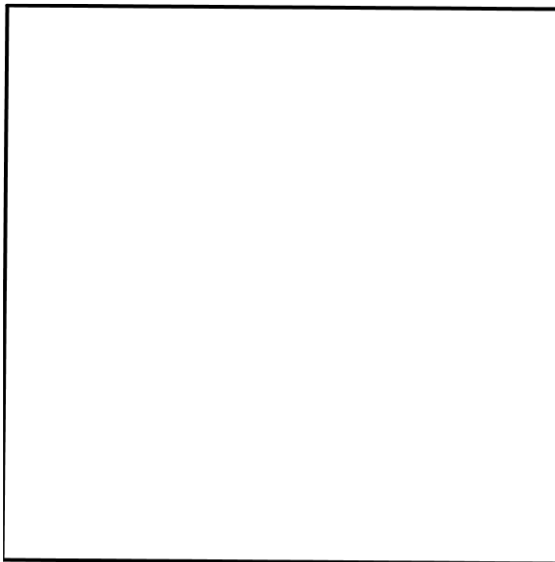
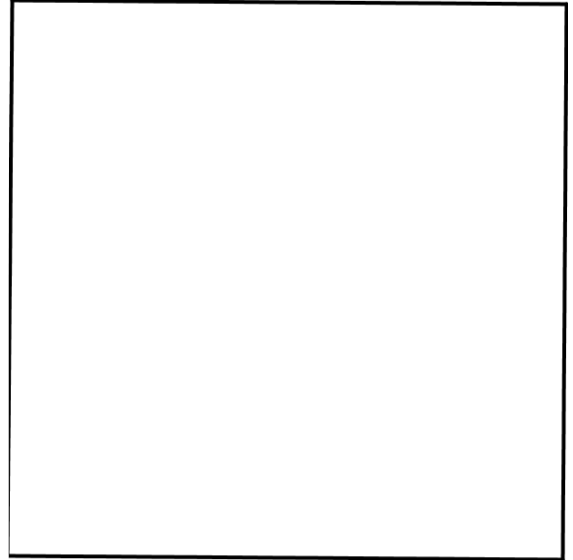
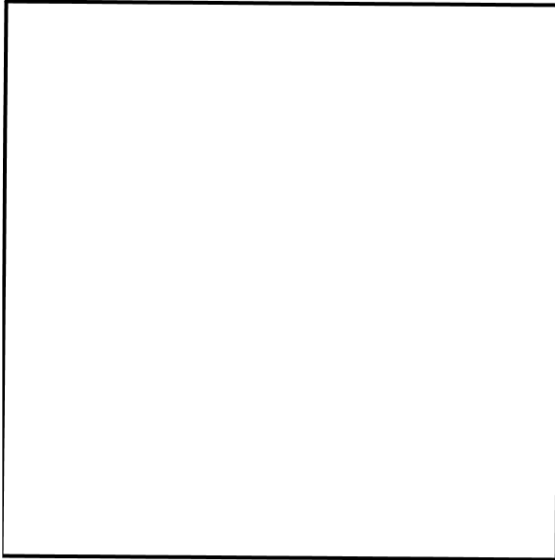
$$\frac{1}{6}$$

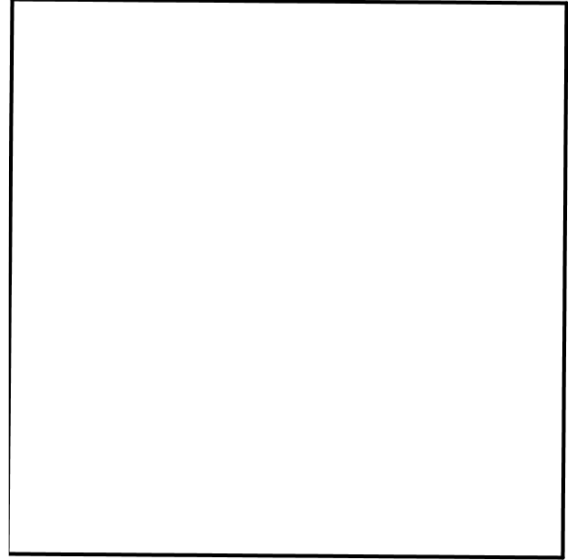
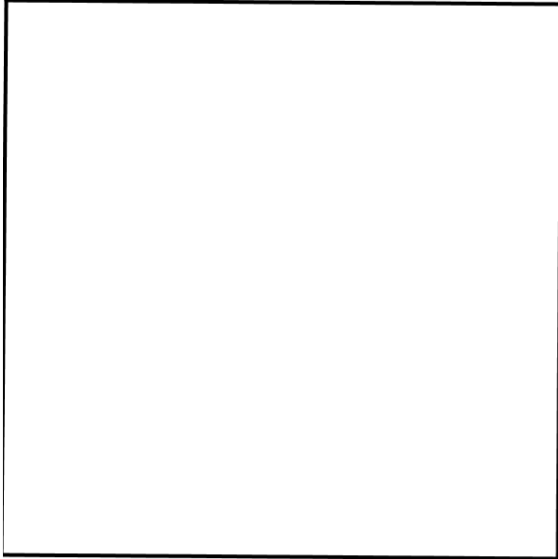
$$\frac{5}{6}$$



Anexo 12. Modelo de cuadrados

1.1 Modelo de cuadrado, reproducir 6 cuadrados por estudiante

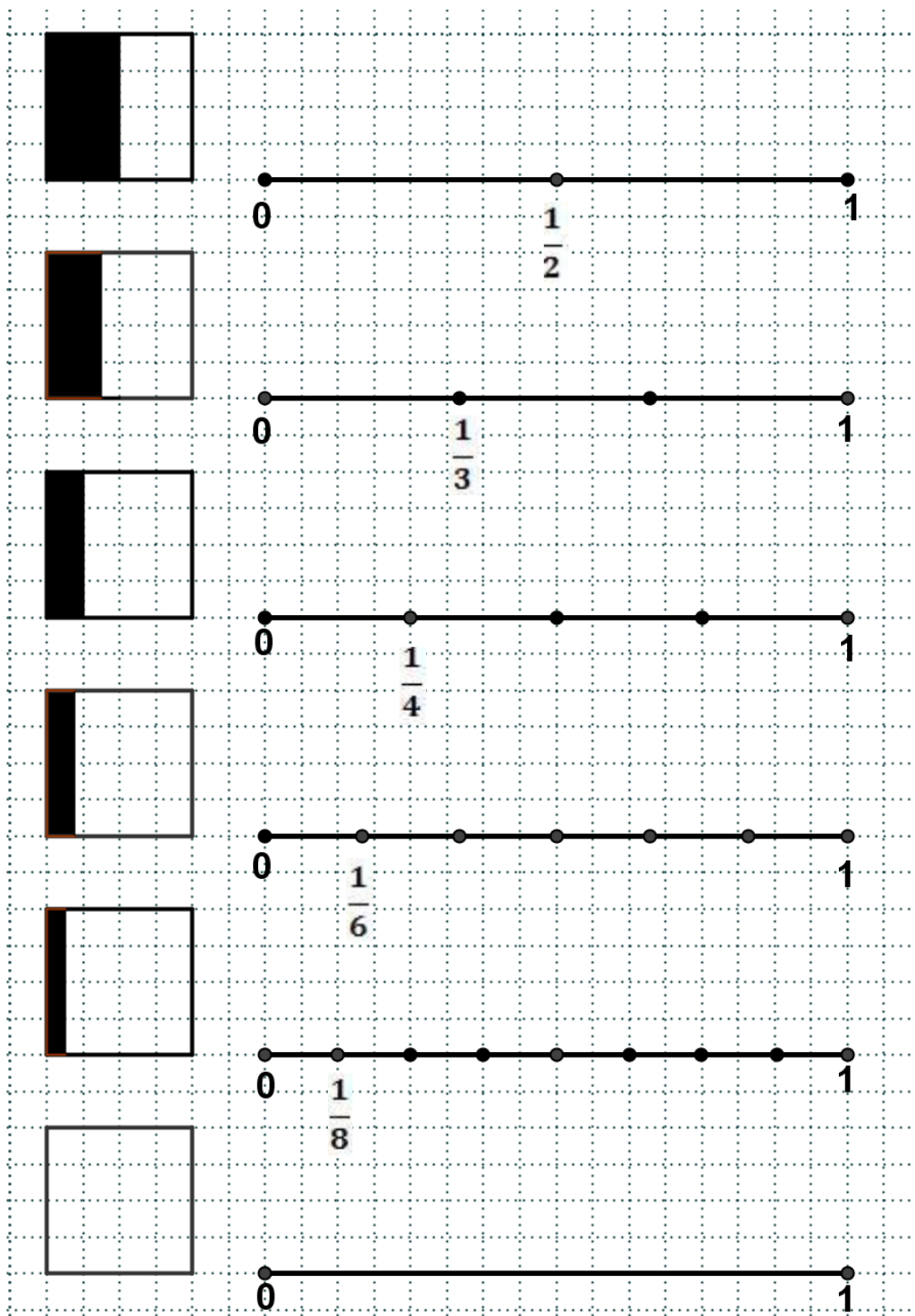






Anexo 13. Ejercicio para la búsqueda de fracciones equivalentes.

- a) En la siguiente cuadrícula, observe las representaciones gráficas destacadas en cada cuadrado y su relación con cada una de las fracciones que se presentan en las diferentes rectas numéricas.





- b) De acuerdo con las fracciones destacadas en cada una de las rectas anteriores, busque fracciones que sean **equivalentes** y trace un segmento vertical que permita unir dichas fracciones entre las distintas rectas.

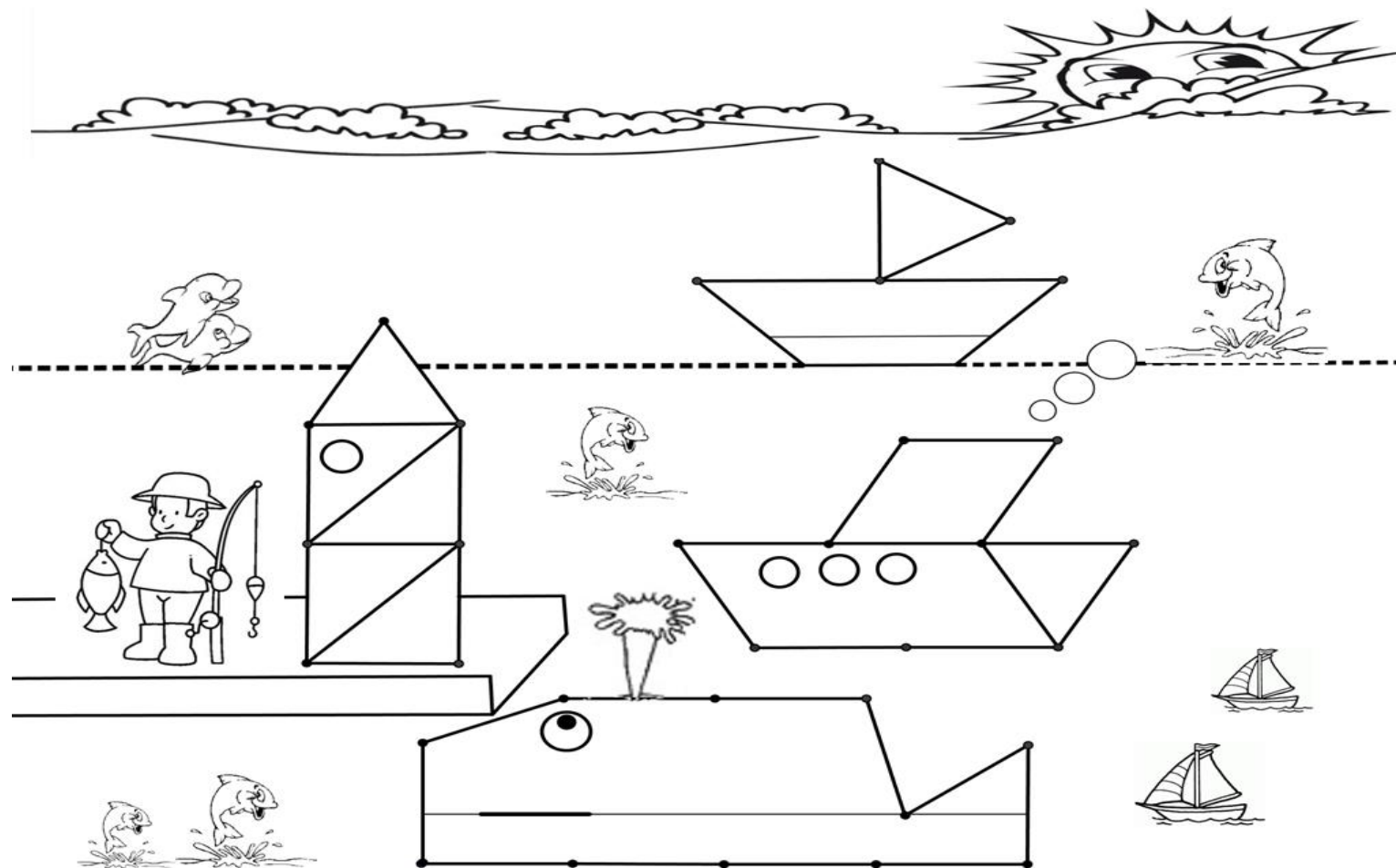
- c) Coloree en el cuadrado de la última ilustración, una fracción que no se haya destacado en las representaciones gráficas anteriores y exprese dicha fracción en la recta que se indica.

- d) Busque otras fracciones que sean equivalentes a las representadas. Escriba dichas fracciones y compare su trabajo con el de otro(a) compañero(a).



Anexo 14. Fosforolandia, un mar de diversión.

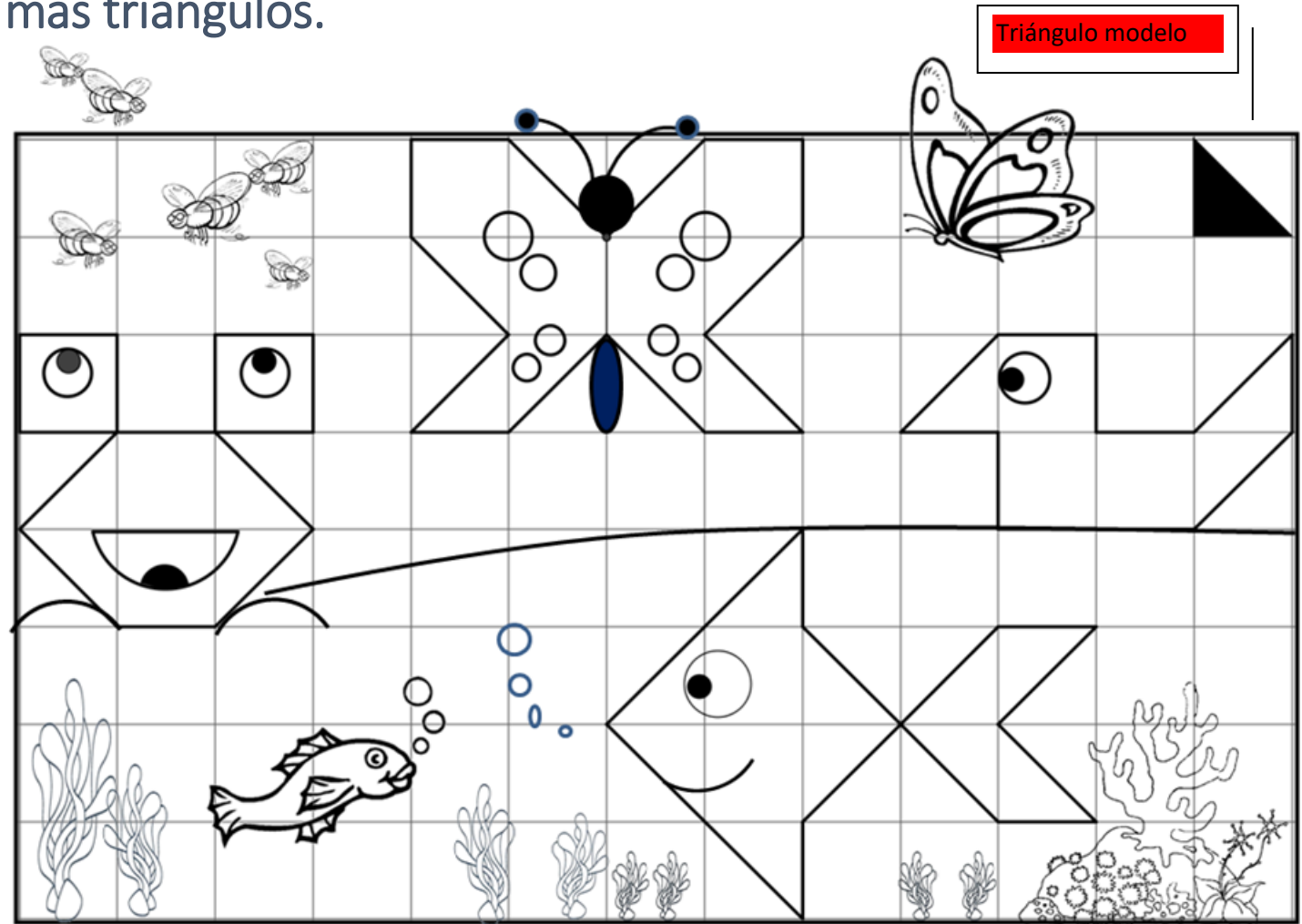
- Utilice fósforos para construir las figuras que se detallan en la siguiente ilustración. Luego determine la cantidad de fósforos que se requieren en la construcción de cada diseño.
- Nota: Los puntos destacados permiten demarcar la ubicación y cantidad de fósforos que se requieren en la construcción.





Anexo 15. Triángulos y más triángulos.

Utilice el triángulo que se presenta como modelo, para determinar la cantidad de estos triángulos que se necesitan para formar los animalitos (mariposa, rana, pato y pececito) destacados en la siguiente ilustración.





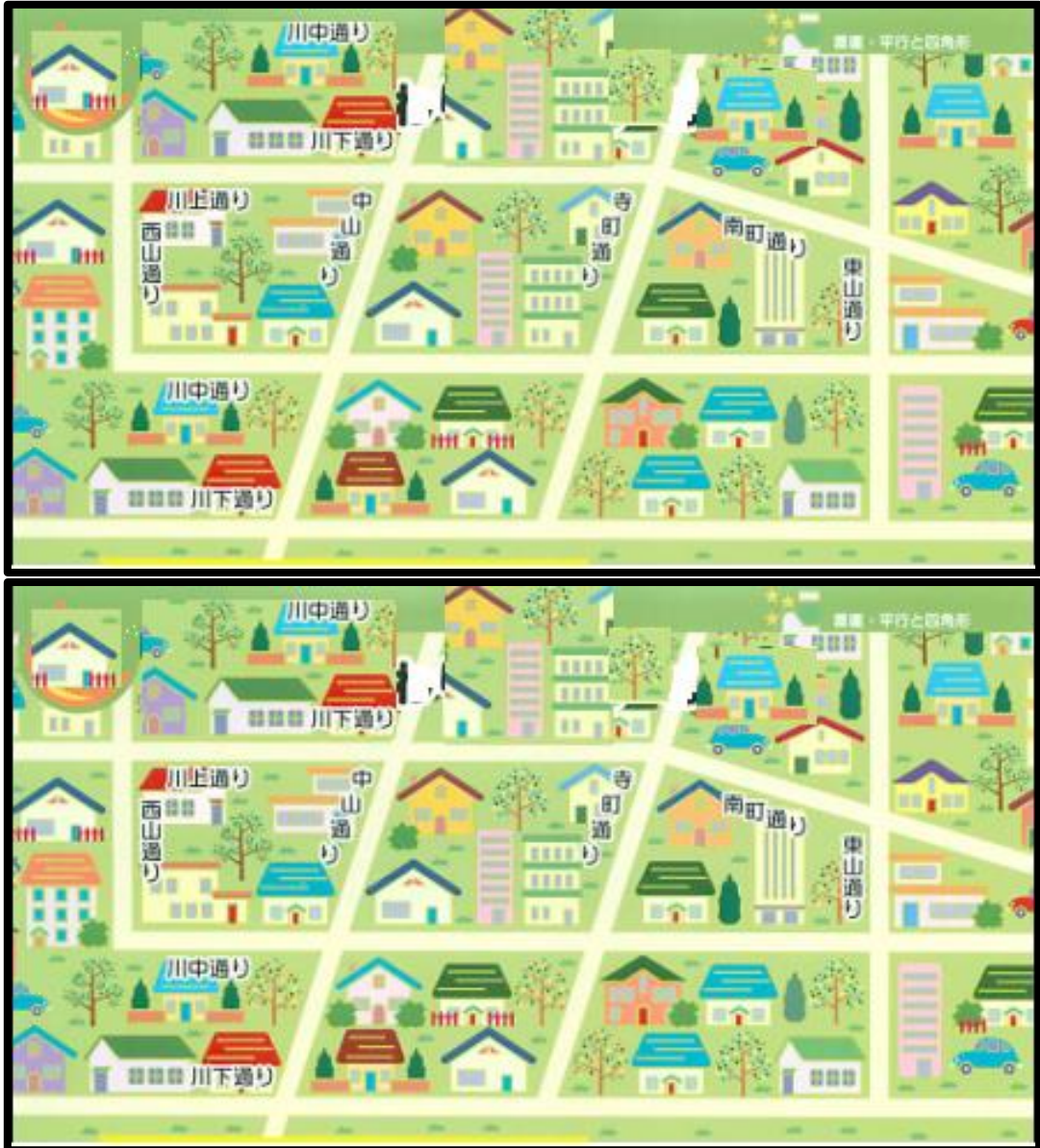
Anexo 16. Láminas ilustrativas para la actividad: Observo, pienso y planteo mis propios problemas





Anexo 17. Mapa para la actividad de identificación de segmentos paralelos y segmentos perpendiculares

Modelo del mapa

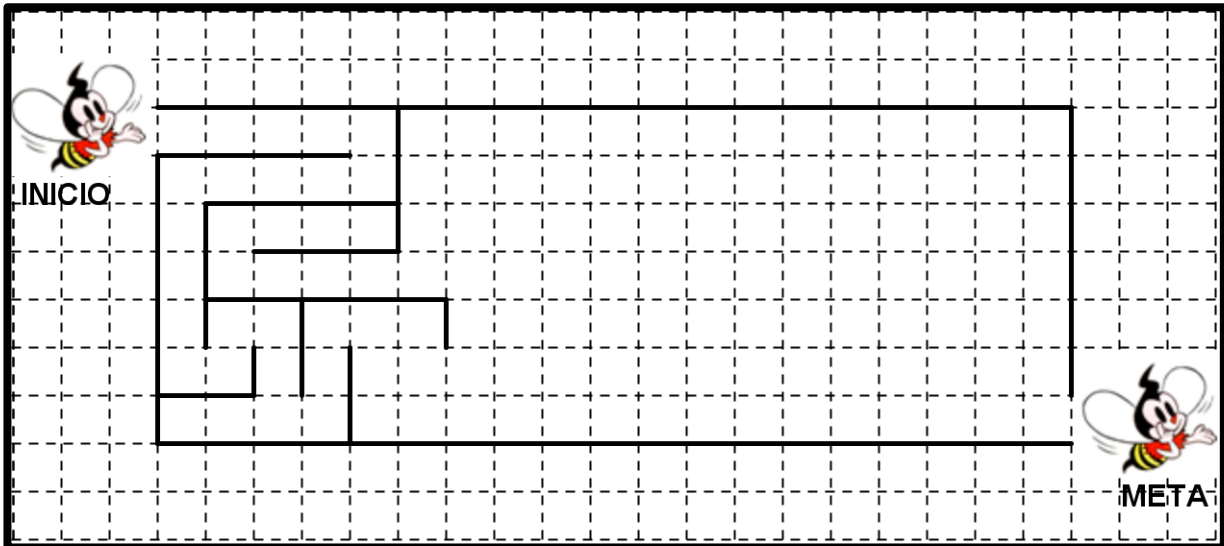




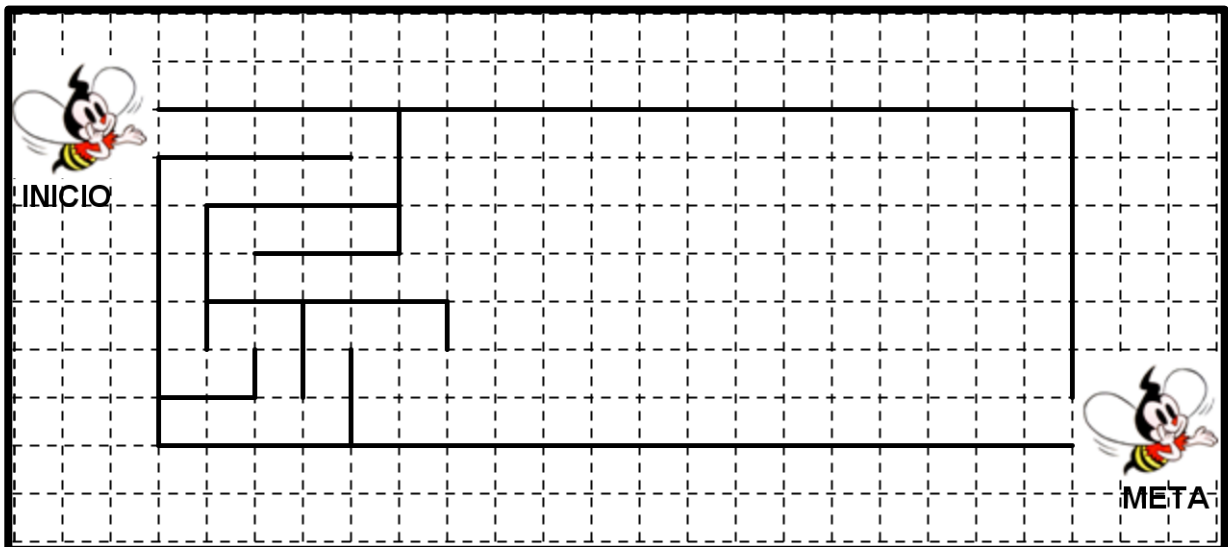
Anexo 18. Laberinto: Actividad complementaria



Complete el caminito que podría seguir la abejita para salir del bosque, en el trazo de ese caminito, solamente puede utilizar segmentos paralelos o segmentos perpendiculares.



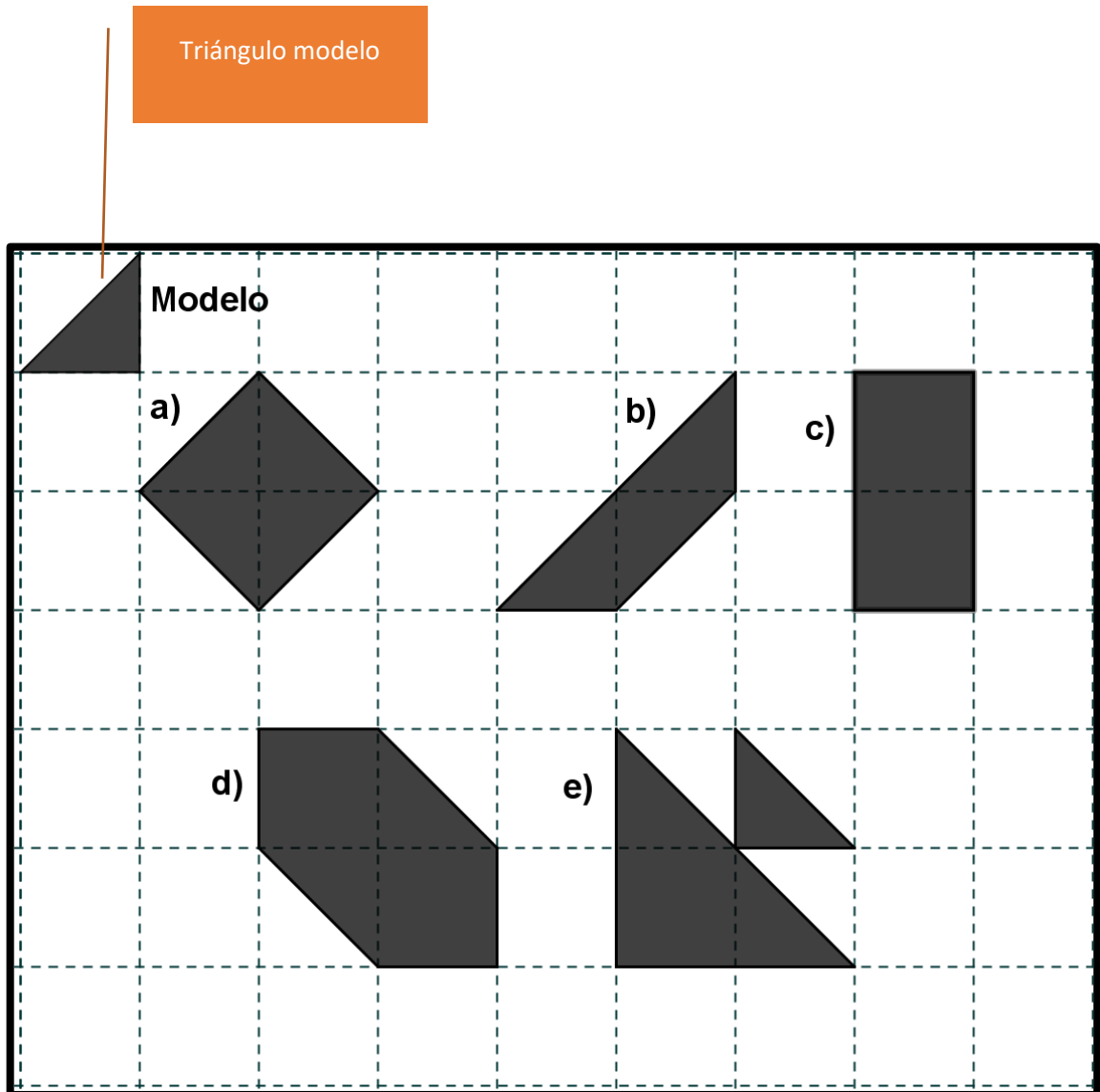
Complete el caminito que podría seguir la abejita para salir del bosque, en el trazo de ese caminito, solamente puede utilizar segmentos paralelos o segmentos perpendiculares.





Anexo 19. Material de los ejercicios relacionados con el concepto de superficie

1. A continuación se presenta una cuadrícula en la que se destacan 5 figuras y un triángulo considerado como Modelo.



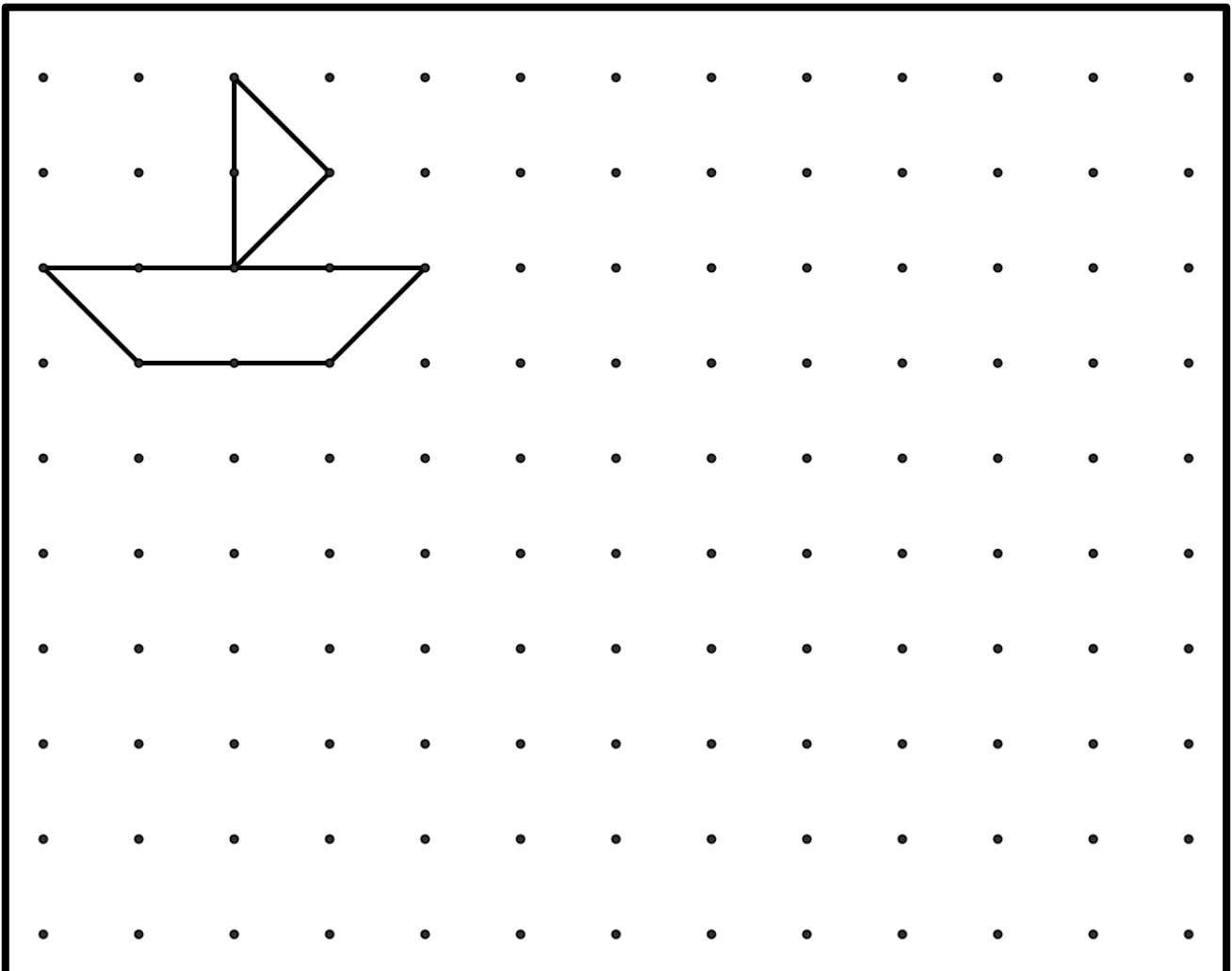
2. De acuerdo con lo que se destaca en la cuadrícula anterior y tomando como referencia el **triángulo modelo**, determine:



- ¿Cuál de las figuras está formada por 5 de esos triángulos?
- ¿Cuál está formada por la menor cantidad de triángulos?
- Si se trasladan 2 de los triángulos que forman la figura a), ¿cuál de las otras figuras se formaría?

3. A continuación se presenta una ilustración construida a partir del trazo de segmentos construidos sobre serie de puntos. (Nota: En esta actividad se sugiere el uso de regla para realizar los trazos)

- Utilice el espacio respectivo y dibuje el barco que se presenta como muestra en el modelo.
- Dibuje otra figura empleando dos o más figuras geométricas diferentes a las utilizadas en la ilustración.





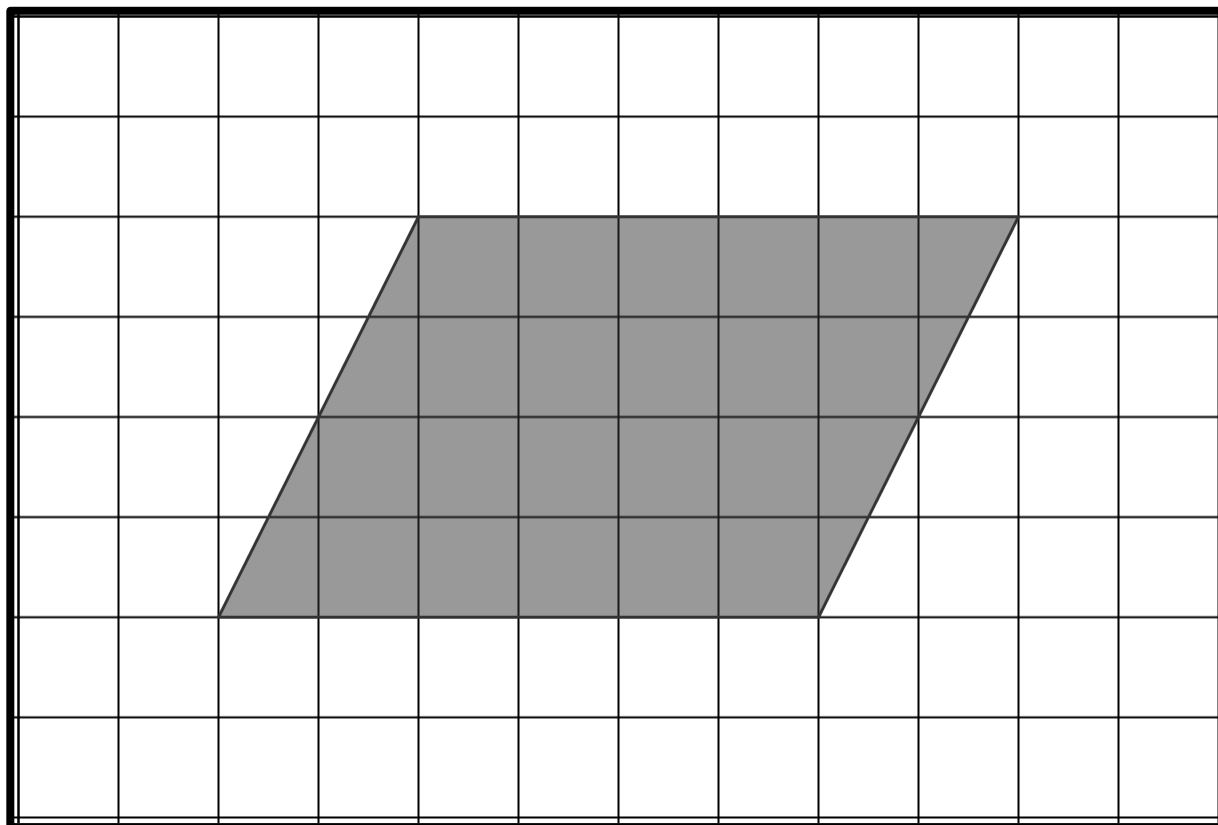
Anexo 20. Construcción de la fórmula para el cálculo del área del romboide.

Indicaciones:

Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **romboide**. Piense en una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. (Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura).



.....





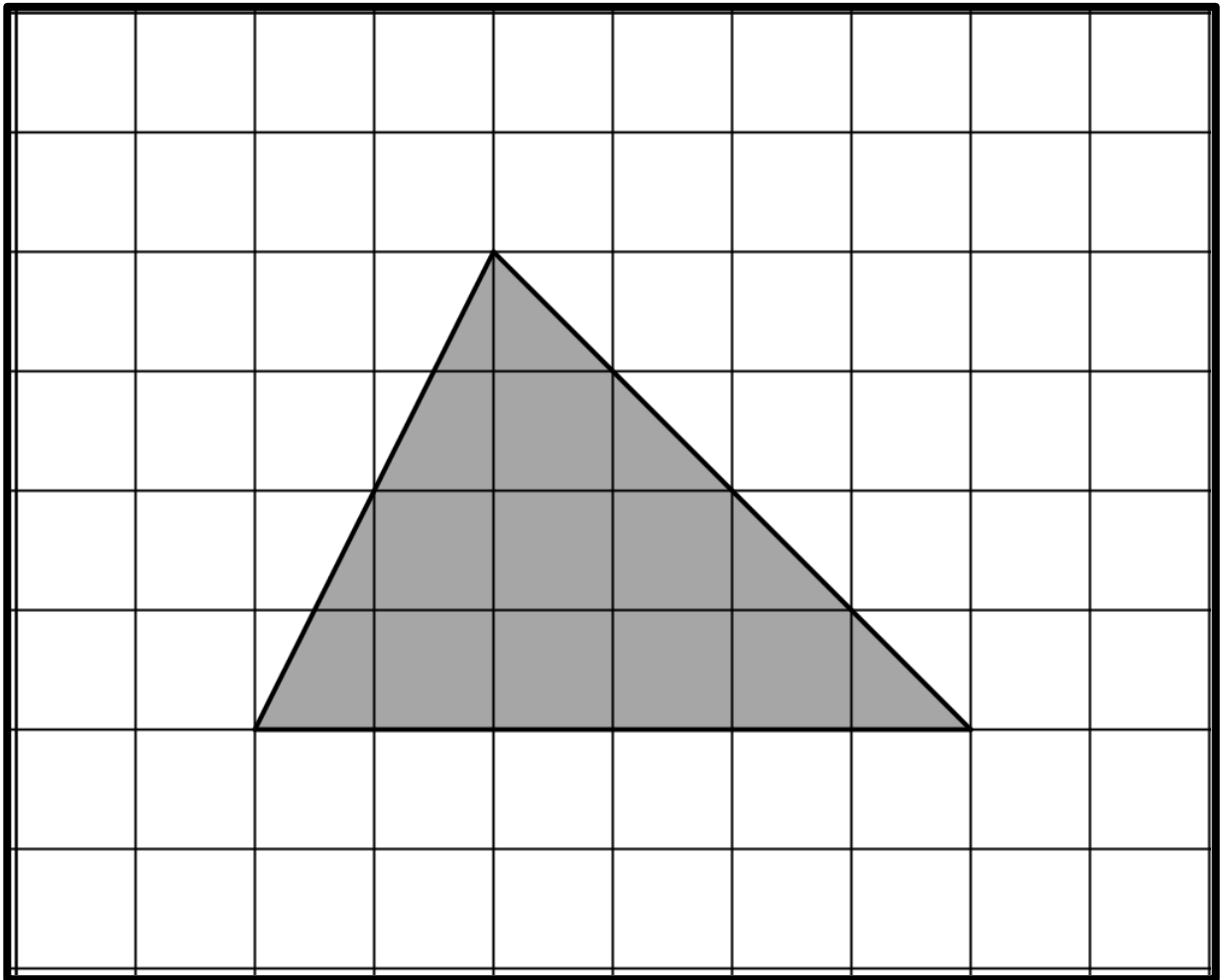
Construcción de la fórmula para el cálculo del área del triángulo

Indicaciones:

Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **triángulo**. Piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. (Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura).



.....





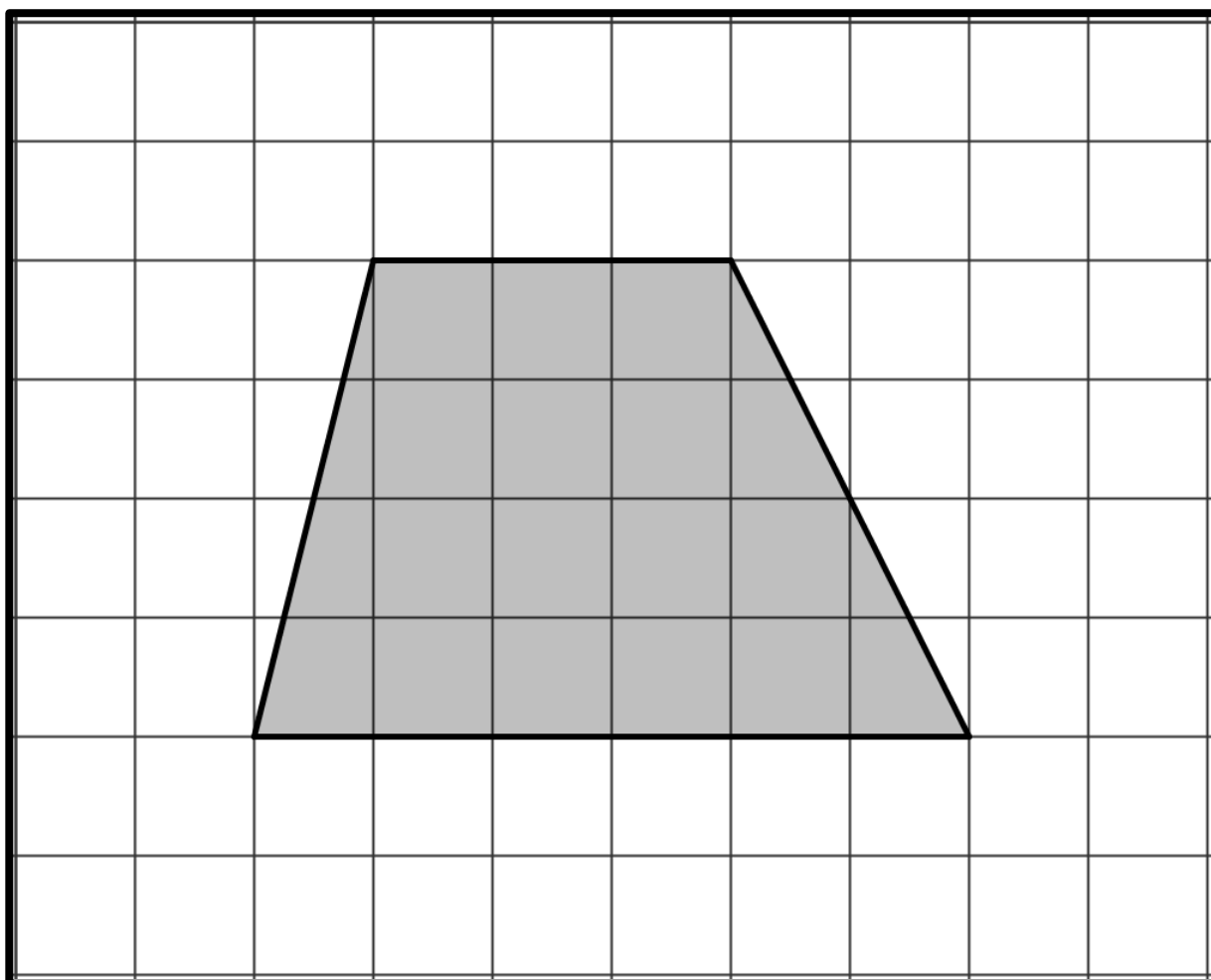
Construcción de la fórmula para el cálculo del área del trapecio

Indicaciones:

Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **trapecio**. Piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. (Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura).



.....





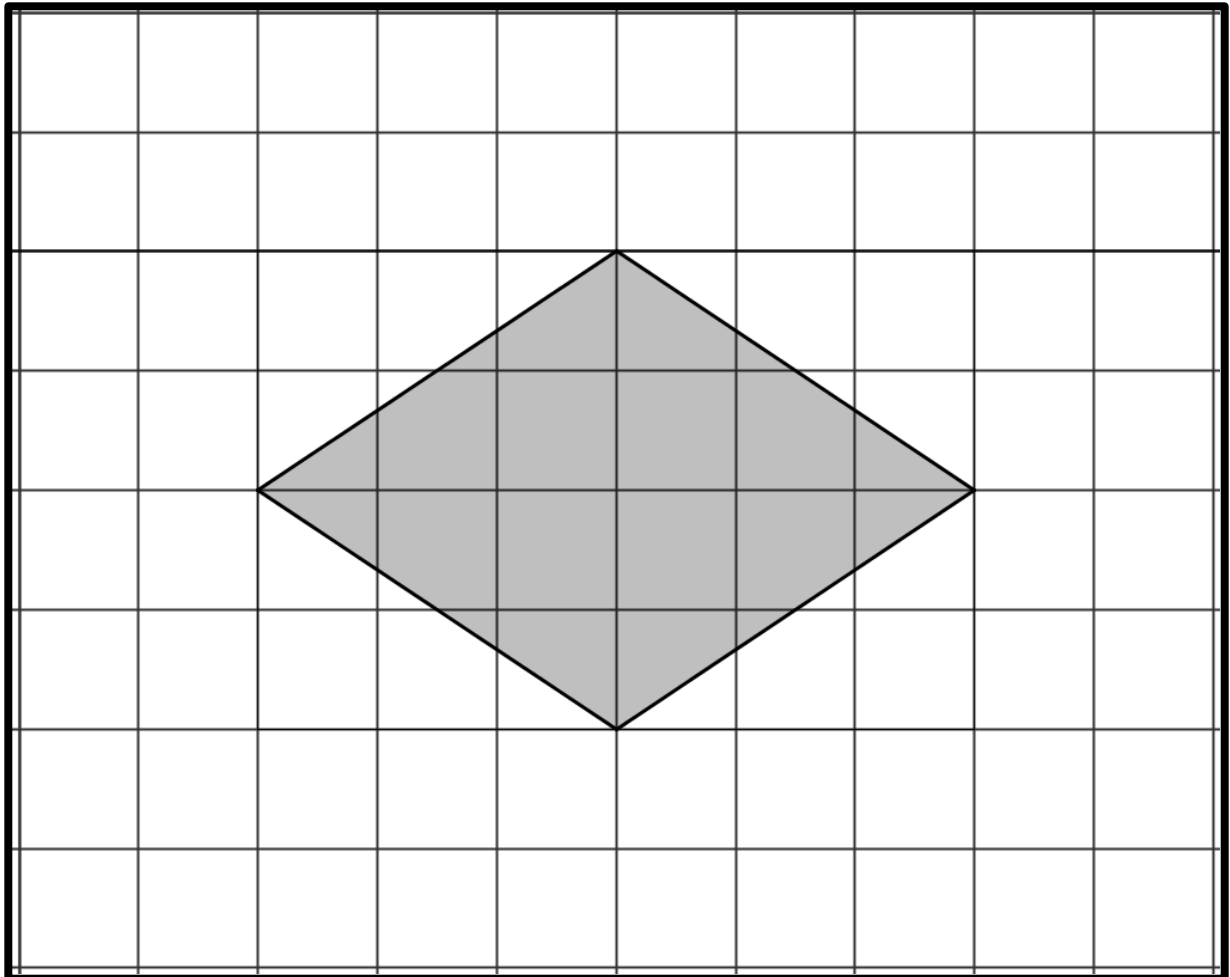
Construcción de la fórmula para el cálculo del área del rombo.

Indicaciones:

Utilice la cuadrícula que se le proporciona para determinar el área del siguiente **rombo**. Piense una estrategia que le permita descomponer sus partes para componer con ellas un rectángulo. (Usted puede contar los cuadritos, recortar sus partes, doblar o colorear para completar partes de la figura).



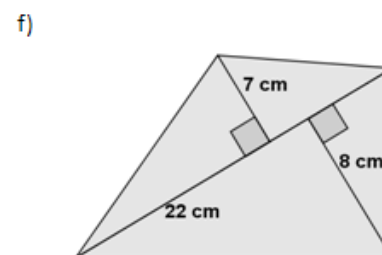
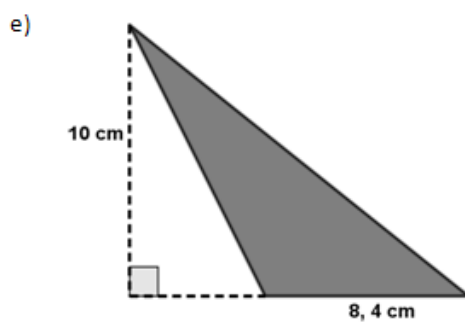
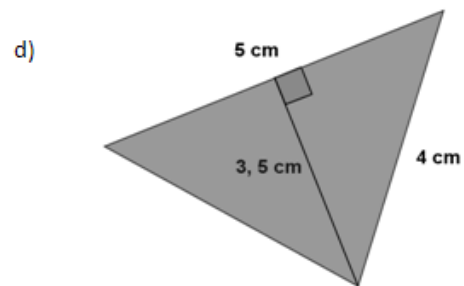
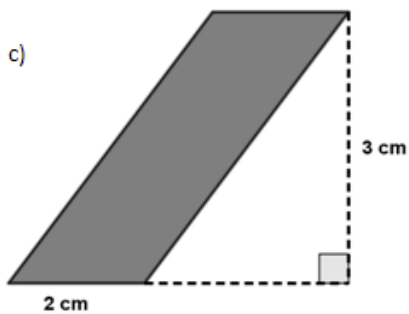
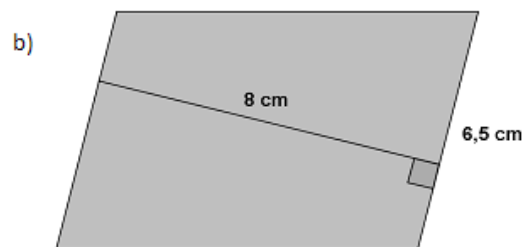
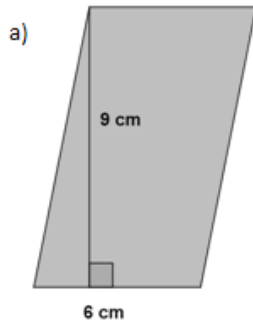
.....





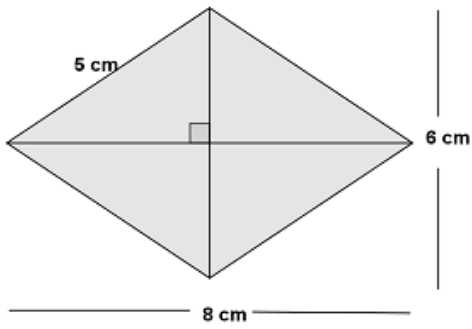
Anexo 21. Ejercicios de aplicación de fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros

Calcule el área de las siguientes figuras geométricas, las figuras no están dibujados a escala.

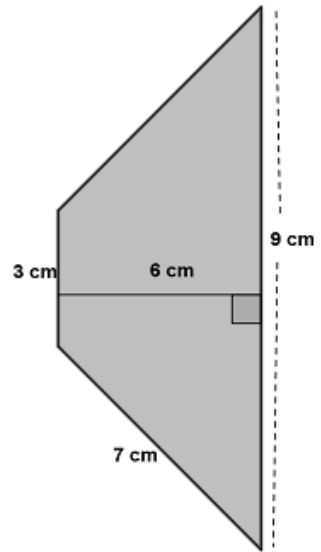




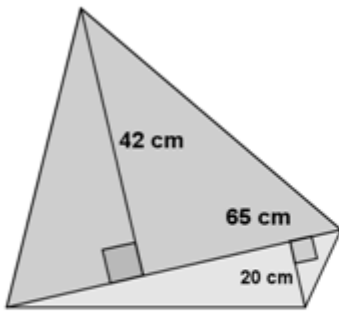
g)



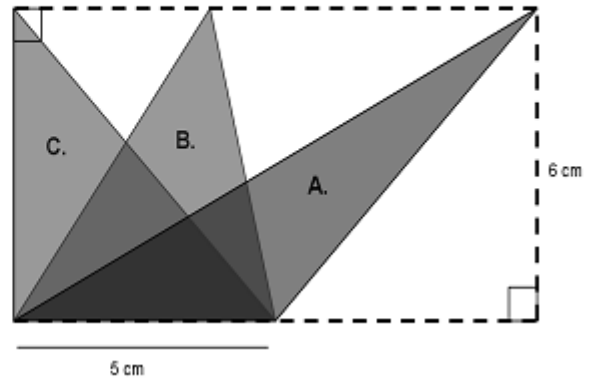
h)



i)



j) Calcule el área de cada uno de los triángulos (A, B y C) de la figura.



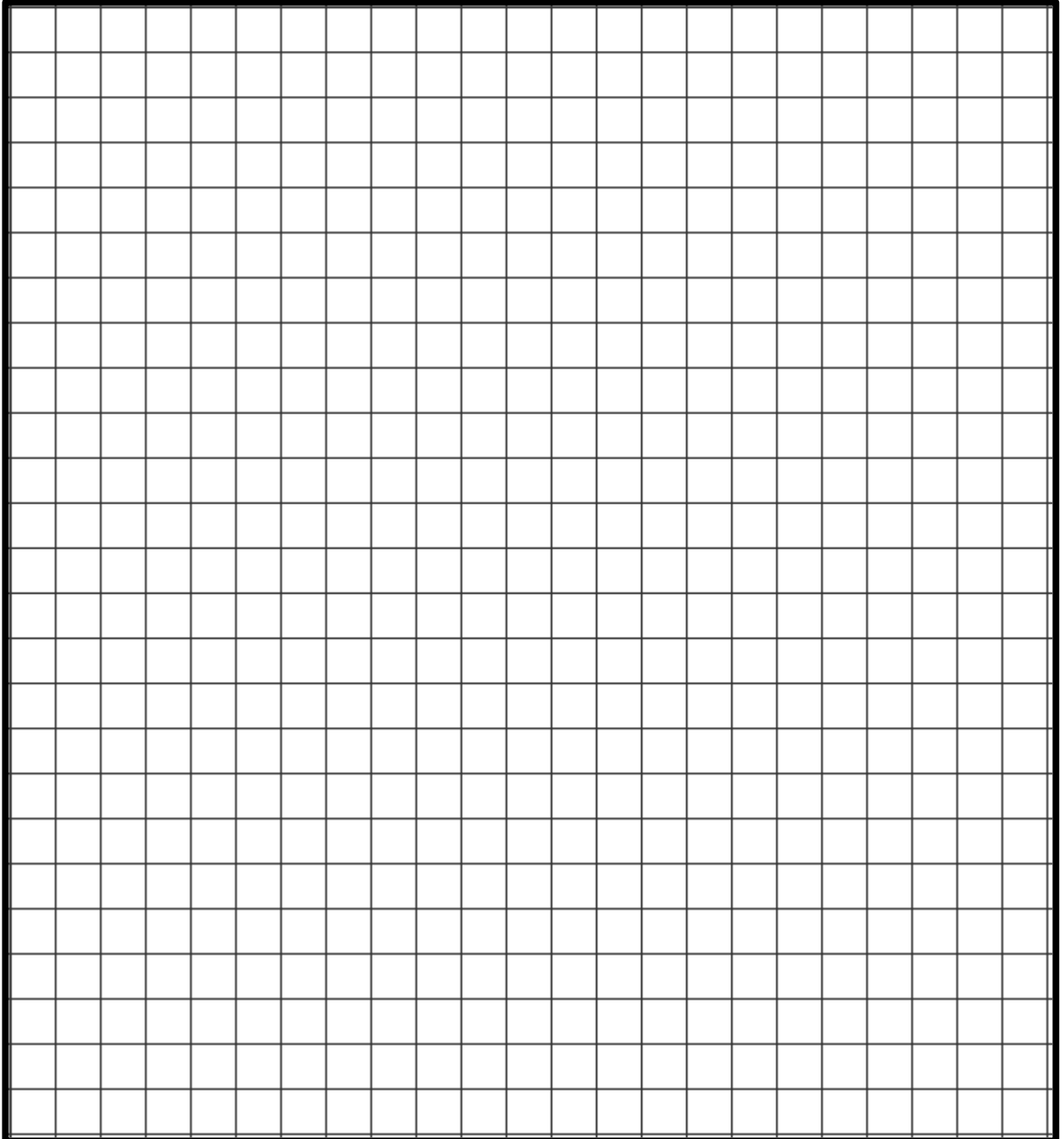


Anexo 22. Construcción de la fórmula para el cálculo del área del círculo

Utilice el compás y trace un círculo cuyo radio tenga una longitud equivalente a 10 cuadritos.



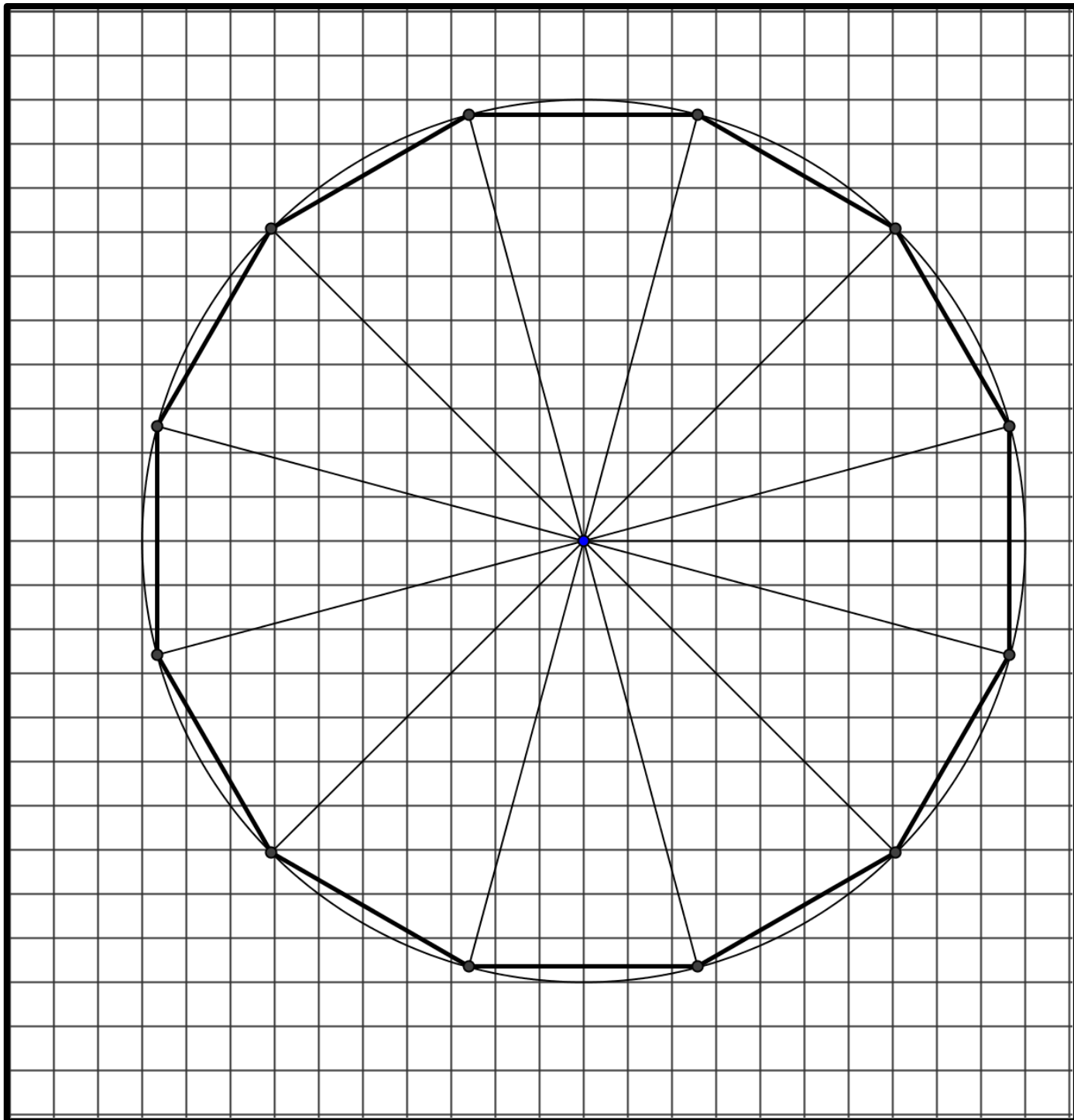
.....





Anexo 23. Construcción de la fórmula para el cálculo del área del círculo

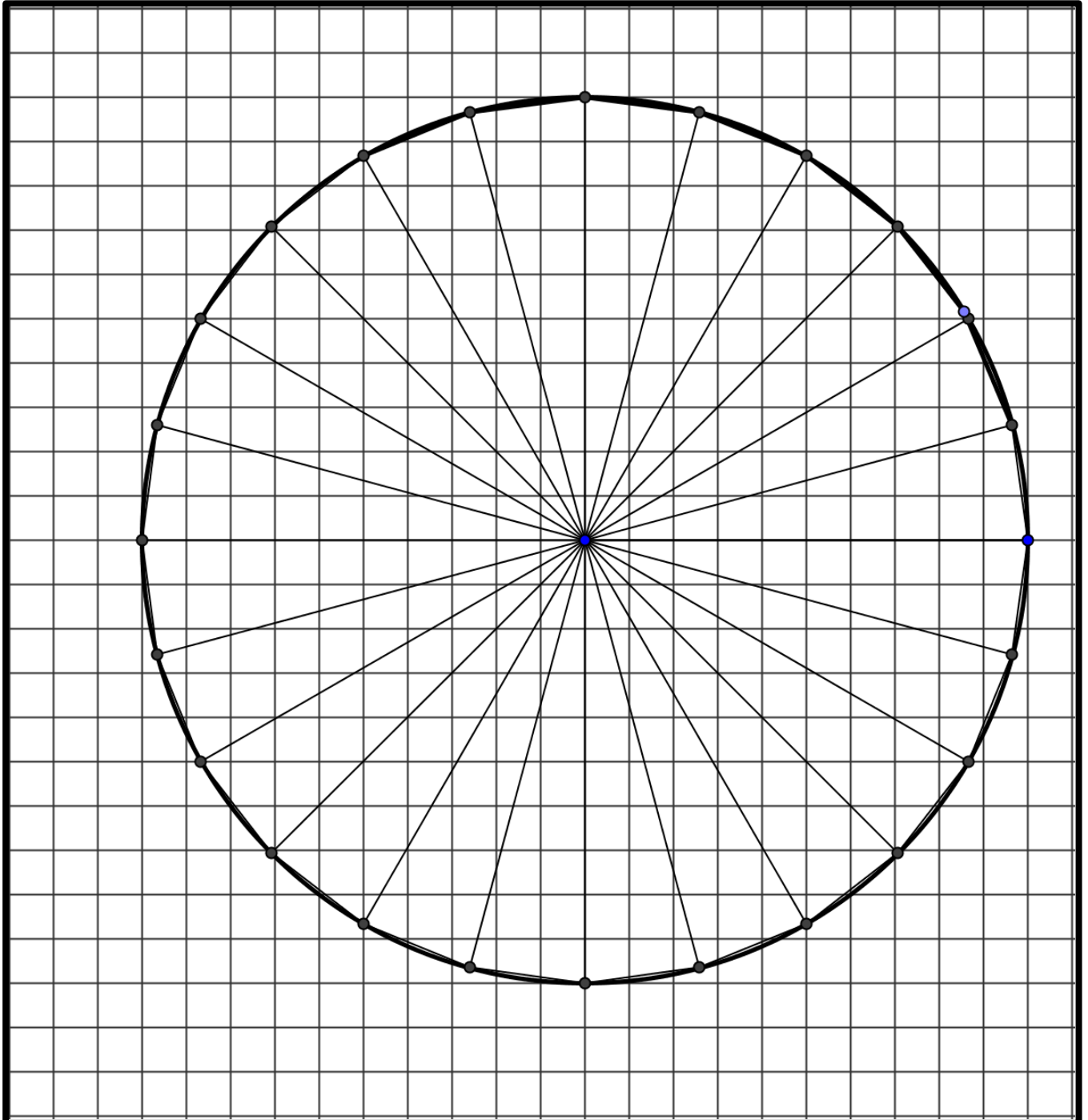
Seleccione un cuadrante del polígono regular de 12 lados que se presenta y en uno de los triángulos que se destacan, trace una altura que corresponda a uno de los lados del polígono. (Note que el polígono está inscrito en una circunferencia cuyo radio equivale a 10 cuadritos)





Modelo de polígono

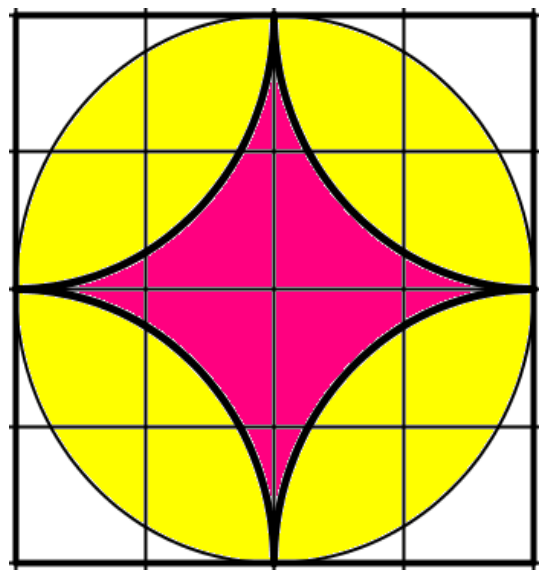
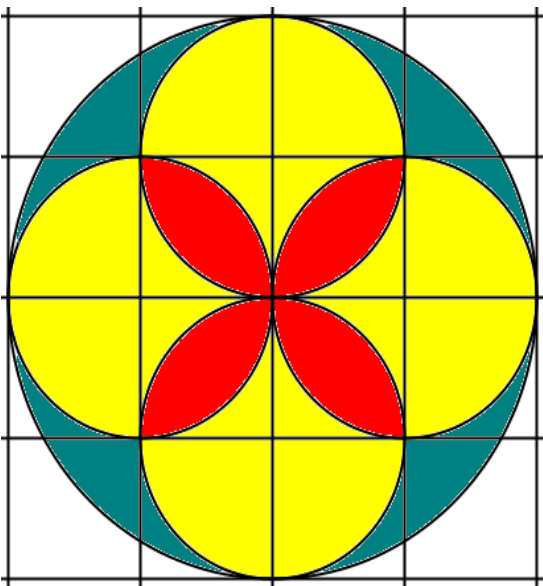
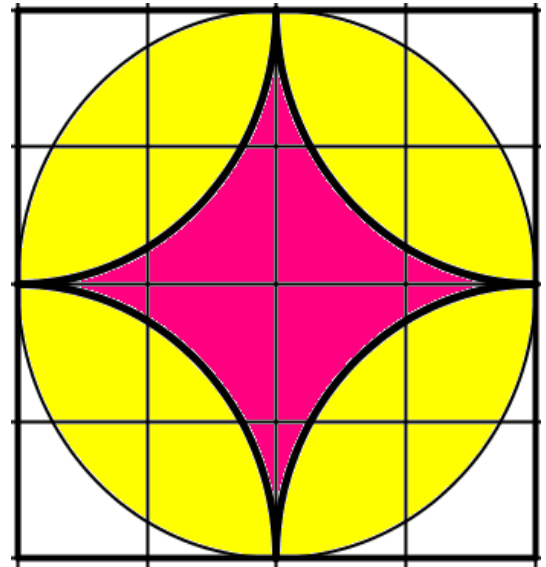
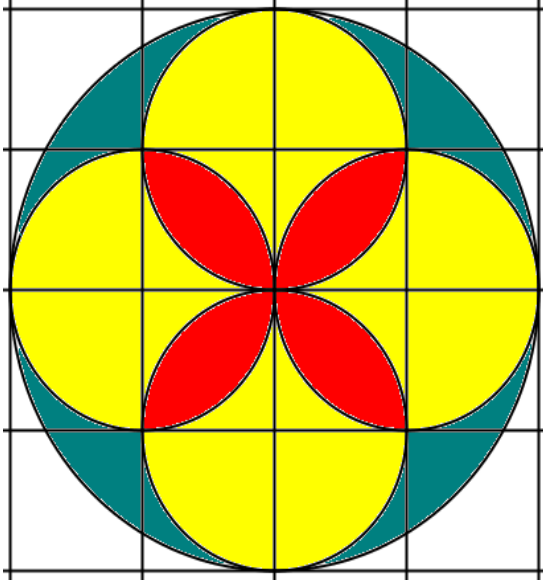
Polígono de 24 lados para el desarrollo de la actividad, reproducir uno para cada estudiante.





Modelo trompo circular

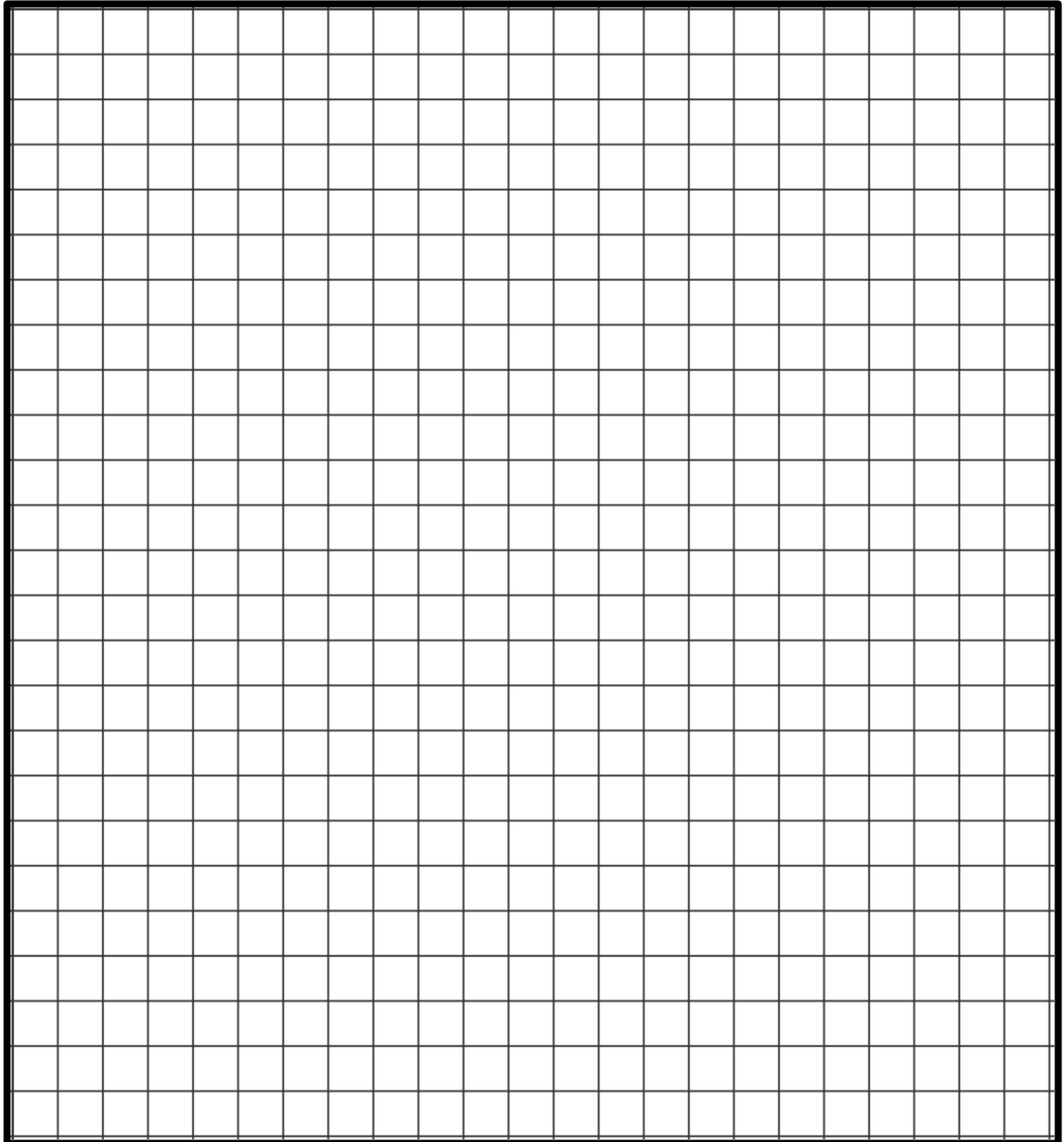
Modelos para entregar al estudiante, es importante que se entregue copia que destaque el color de cada diseño.





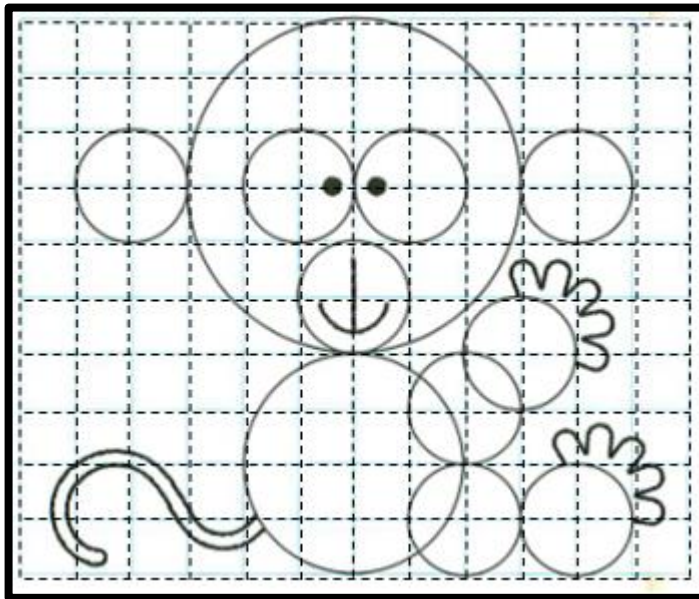
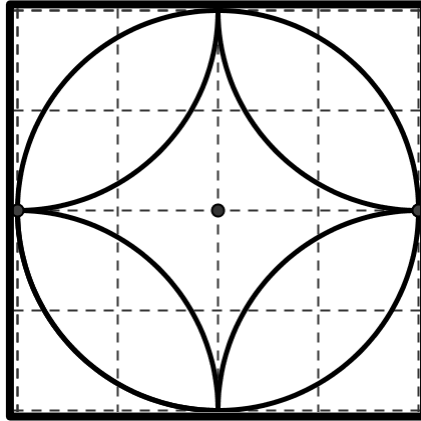
Cuadrícula para la construcción de diseños formados por círculos

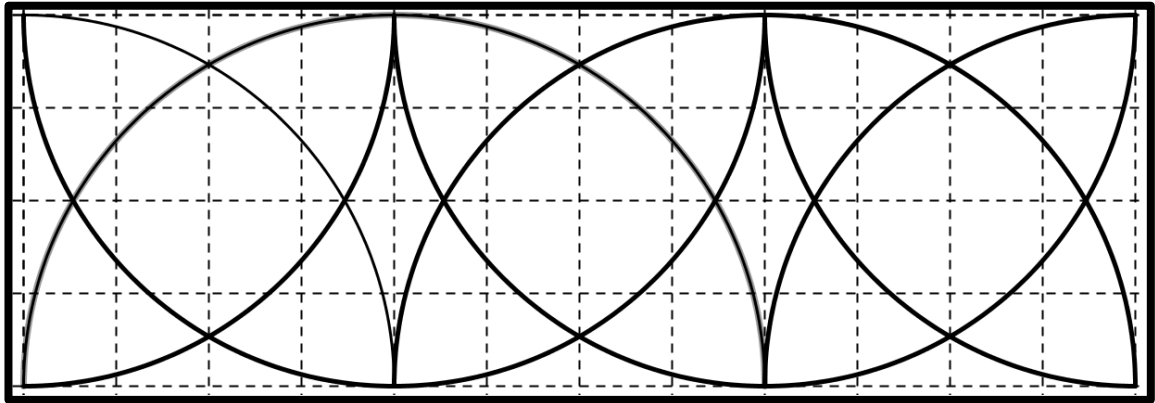
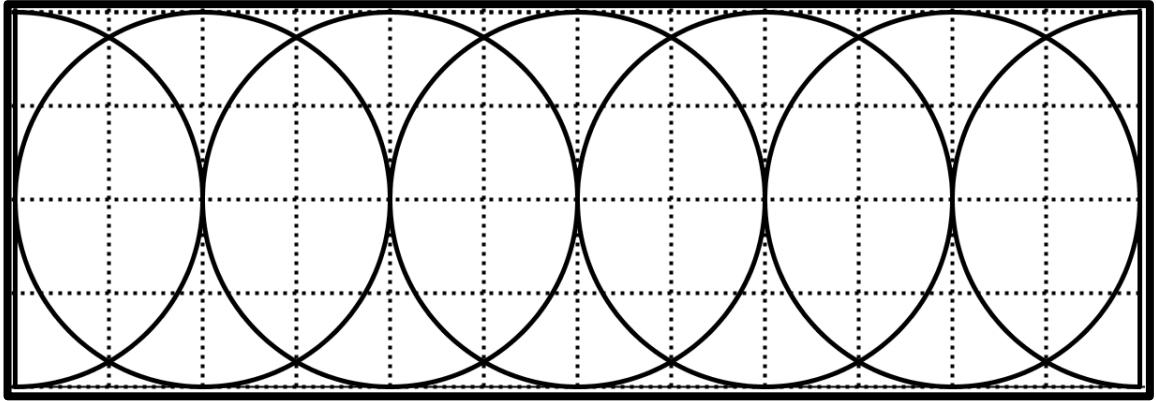
Reproduzca la cuadrícula de acuerdo con la cantidad de estudiantes que tenga en el grupo. Solicite a sus estudiantes que, utilizando lápiz y compás, construyan cada uno de los modelos que se presentan en la siguiente página.





En la cuadrícula que se le proporciona y utilizando regla, lápiz y compás, reproduzca cada uno de los modelos que se presentan a continuación. Luego proceda a colorear cada figura según los colores de su agrado.







Nota aclaratoria

Las imágenes presentes en este documento, fueron utilizadas con fines pedagógicos y tomadas de los libros de texto de matemática de Japón, con autorización de JICA Costa Rica.

Bibliografía

- Libros de texto de **Matemática de Japón: 1º - 4º - 5º - 6º**. Compañía de Keirinkan autorizada por el Ministerio de Educación, 2006.
- Libros de texto de **Matemática de Japón: 1º - 4º - 5º - 6º**. Compañía de Osaka autorizada por el Ministerio de Educación, 2004.
- Programas de Estudio 2005. Matemática I Ciclo. Ministerio de Educación Pública, Costa Rica.
- Programas de Estudio 2005. Matemática II Ciclo. Ministerio de Educación Pública, Costa Rica.